



日本取引所グループ
JAPAN EXCHANGE GROUP

JPX WORKING PAPER

JPXワーキング・ペーパー

人工市場シミュレーションを用いた
取引市場間におけるティックサイズと取引量の関係性分析

水田 孝信
早川 聡
和泉 潔
吉村 忍

2013年1月30日

Vol. 02

備考

JPX ワーキング・ペーパーは、株式会社日本取引所グループ及びその子会社・関連会社（以下「日本取引所グループ等」という。）の役職員並びに外部研究者による調査・研究の成果を取りまとめたものであり、学会、研究機関、市場関係者他、関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図しております。なお、掲載されているペーパーの内容や意見は筆者ら個人に属し、日本取引所グループ等及び筆者らが所属する組織の公式見解を示すものではありません。

人工市場シミュレーションを用いた 取引市場間におけるティックサイズと取引量の関係性分析*

水田 孝信[‡], 早川 聡[§], 和泉 潔[¶], 吉村 忍[‡]

2013年1月30日

概要

本研究では、人工市場モデルを用いたシミュレーションを行い、ティックサイズ(呼値の刻み、注文価格の最小単位)と初期の出来高(売買取引の数量)シェアのみが異なる2つの取引市場がある場合に、どのようにシェアが移り変わるかを分析した。その結果、ティックサイズが十分小さいときの1ティックごとの騰落率の標準偏差、 σ_t よりも大きいティックサイズを採用している取引市場は、ティックサイズがより小さい取引市場が現れた場合にシェアが奪われることが明らかになった。そして、ティックサイズが σ_t より十分小さければ、どんなに小さなティックサイズを採用する取引市場が出現してもシェアを奪われないことが分かった。また、簡単な実証分析も行いシミュレーション結果との比較も行った。これらの分析は、そもそも取引市場が導入すべきティックサイズはどれくらいなのかという議論につながる有意義なものであると考えられる。

* 本稿に示されている内容は、筆者ら個人に属し、株式会社日本取引所グループ及びその子会社・関連会社、スパークス・アセット・マネジメント株式会社及び著者らが所属する組織の公式見解を示すものではありません。また、ありうべき誤りは、すべて筆者個人に属します。連絡先：水田 孝信 (mizutata@gmail.com)

† スパークス・アセット・マネジメント株式会社

‡ 東京大学大学院工学系研究科

§ 株式会社東京証券取引所派生商品部

¶ 独立行政法人科学技術振興機構 CREST, さきがけ

1 はじめに

近年、米国や欧州を中心に情報通信技術を駆使しコストの低廉な取引市場が増加しており、伝統的な取引市場と出来高（売買取引の数量）のシェアを分け合うまでになった*1。同一銘柄の株式が複数の取引市場において取引されるという市場分断化が起きており、その是非が活発に議論されている。日本においても、PTS（Proprietary Trading System）とよばれる私設取引システムが出現し、徐々に取引高を伸ばしている*2。

取引市場間での出来高シェアを決める要因には、取引制度として、ティックサイズ（呼値の刻み、注文価格の最小単位）の細かさ、取引時間、決済の方法、取り扱う注文の多様性などがあり、取引システムとしては、高速性*3、システムの安定性など様々である。その中で、ティックサイズの違いが取引市場間のシェアにどのような影響を与えているのか分析した研究は多くない*4。また、取引市場における利用者やシステムへの影響の大きさなどから、ティックサイズは容易に変更できないため、ティックサイズは単純に細かければ細かいほどシェアが向上するものなのか、そもそもティックサイズの理想的な水準についての議論を実証分析で行うことは困難である。

このような実社会で導入されたことがない制度や規制を検証する方法として、コンピュータ上で仮想的にその状況を作り出し検証する、社会シミュレーションという手法がある。社会シミュレーションは、例えば、自動車道の整備が交通渋滞へ与える影響分析や、テロや火災、伝染病が発生した場合の避難の方法やあるべき対策の分析などで、大きな成果をあげている*5。金融の分野においても、コンピュータ上に取引参加者と取引市場を再現した人工市場を用いたシミュレーション研究が行われている。人工市場モデルを用いたシミュレーション研究は、取引市場の規制や制度の効果検証*6など、多くの成果をあげている*7。しかしながら、人工市場モデルを用いて、取引市場間のティックサイズと出来高シェアの関係を議論した研究はない。

本研究では、人工市場モデルを用いたシミュレーションを行い、ティックサイズと初期の出来高シェアのみが異なる2つの取引市場がある場合に、どのようにシェアが移り変わるかを分析した。その結果、ティックサイズが十分小さいときの1ティックごとの騰落率の標準偏差、 σ_t よりも大きいティックサイズを採用している取引市場は、ティックサイズがより小さい取引市場が現れた場合に、シェアが奪われることが分かった。そして、ティックサイズが σ_t より十分小さければ、どんなに小さなティックサイズの取引市場が出現してもシェアを奪われないことが分かった。また、東京証券取引所の実市場データを用いた簡単な実証分析も行い、シミュレーション結果との比較も行った。これらの分析は、そもそも取引市場が導入すべきティックサイズはどれくらいなのかという議論につながる有意義なものである

*1 海外の取引市場の競争状況を報告したレポートとして井上 (2007, 2009); 深見 (2012)。

*2 日本における最近のPTSの動向をレポートしたものととして大崎 (2012)。

*3 取引市場間の競争における高速化の重要性に関しての解説に水田 (2012b) がある。

*4 数少ない実証分析として宇野 (2012) がある。

*5 例えば、実世界とエージェントシミュレーション協同研究委員会 (2012) などが詳しい。

*6 Westerhoff (2008); Yagi et al. (2010); 八木他 (2011); Kobayashi and Hashimoto (2011); Thurner et al. (2012); 水田他 (2012a) など多数。

*7 優れたレビューとして LeBaron (2006); Chen et al. (2009)。

と考えられる。

以後 2 節では本研究で用いた人工市場モデルを説明する。3 節ではシミュレーション結果を示し、4 節で実際のデータとの簡単な比較を行う。5 節でまとめと今後の課題を述べる。

2 人工市場モデル

本研究では Chiarella et al. (2009); 水田他 (2012a) の人工市場モデルをベースにモデルを構築した。人工市場モデルを用いたシミュレーション研究は、実際の市場にみられる多くの統計的性質 (stylized fact^{*8}) を再現したり規制の効果を検証したりと、多くの成果をあげている^{*9}。一方で、多くの人工市場モデルがパラメータが多すぎて不必要に複雑すぎるという指摘もされている (Chen et al. (2009))。なぜなら、モデルの妥当性は実証分析で得られている fat-tail^{*10} や volatility-clustering^{*11} といった代表的な stylized fact が再現できるかどうかで評価されるが、モデルを複雑にしても多くの場合は、再現できる stylized fact の種類が増えたり再現の精度が上がったりしないからである。そのため、できるだけシンプルなモデルで stylized fact を再現できた方がよいという主張がなされている。というのもパラメータが多く複雑なモデルほど、モデルや計算結果の評価が難しくなるからである。そのため本研究においても、分析目的を果たせる範囲内でなるべくシンプルなモデルの構築を行った。実際の市場を完全に再現することを目的としておらず、実際には存在するであろう投資家をすべて網羅することはあえて行わなかった。

本モデルは 1 つの株式のみを取引対象として、価格決定メカニズムは、ザラバ方式 (連続 double auction 方式)^{*12} とした。取引主体として n 体のエージェントがおり、エージェント番号 $j = 1$ から順番に $j = 2, 3, 4, \dots$ と発注を行う。最後のエージェント $j = n$ の発注後、次の時刻には、また初めのエージェント $j = 1$ から発注を繰り返す。時刻 t は 1 体のエージェントが発注するごとに 1 増える。つまり、発注しただけで取引が成立しない場合も時刻が進む。エージェント j は注文価格、売り買いの別を以下のように決定する。時刻 t におけるエージェント j の期待リターン $r_{e,j}^t$ を、

$$r_{e,j}^t = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 w_{i,j}} \left(w_{1,j} \log \frac{P_f}{P^{t-1}} + w_{2,j} r_{h,j}^{t-1} + w_{3,j} \epsilon_j^t \right) \quad (1)$$

とする。ここで、 $w_{i,j}$ はエージェント j の i 項目の重みであり、シミュレーション開始時に、それぞれ 0 から $w_{i,max}$ まで一様乱数で決める。 P_f は時間によらず一定のファンダメンタル価格、 P^t は時刻 t での取引価格 (当該時刻に取引が成立しなかった場合には、時刻をさかのぼって最後に取引が成立した価格とし、時刻 $t = 0$ では $P^t = P_f$ とする)、 ϵ_j^t は時刻 t 、エージェント j の乱数項であり、平均 0、標準偏差 σ_ϵ の正規分布乱数である。 $r_{h,j}^t$ は時刻 t にエージェント j が計測した過去リターンであり、

^{*8} Cont (2001) に整理されている。

^{*9} 優れたレビューとして LeBaron (2006); Chen et al. (2009)。

^{*10} 価格の騰落率の尖度がプラスであること。

^{*11} 価格の騰落率の標準偏差が自己相関を持つこと。

^{*12} 売り手と買い手の双方が価格を提示し、売り手と買い手の提示価格が合致するとその価格で直ちに取引が成立する方式。Friedman (1993); 東京証券取引所 (2012) 参照。

$r_{h,j}^t = \log(P^{t-1}/P^{t-\tau_j})$ である*13。ここで τ_j はシミュレーション開始時に 1 から τ_{max} までの一様乱数でエージェントごとに決める。式 (1) の第 1 項目はファンダメンタル価格と比較して安ければプラスの期待リターンを高めればマイナスの期待リターンを示す、ファンダメンタルな投資家の成分である。第 2 項目は過去のリターンがプラス (マイナス) ならプラス (マイナス) の期待リターンを示す、テクニカルな投資家の成分であり、第 3 項目はノイズを表している。期待リターン $r_{e,j}^t$ より期待価格 $P_{e,j}^t$ は、

$$P_{e,j}^t = P^{t-1} \exp(r_{e,j}^t) \quad (2)$$

で求まる。注文価格 $P_{o,j}^t$ は平均 $P_{e,j}^t$ 、標準偏差 P_σ の正規分布乱数で決める。ここで、 P_σ は定数である。そして、売り買いの別は期待価格 $P_{e,j}^t$ と注文価格 $P_{o,j}^t$ の大小関係で決める。すなわち、

$$\begin{aligned} P_{e,j}^t > P_{o,j}^t &\text{なら 1 単位の買い} \\ P_{e,j}^t < P_{o,j}^t &\text{なら 1 単位の売り} \end{aligned} \quad (3)$$

とし、注文数量は常に 1 単位に固定する。本モデルの価格決定メカニズムはザラバ方式 (連続 double auction) であるため、買い (売り) 注文の場合、注文価格より安い (高い) 注文が既に存在すれば最も安い (高い) 売り (買い) 注文と即座にマッチングされ取引が成立する。本研究ではこれを、成行注文と呼ぶ。マッチングする注文がなければ注文を残す。本研究ではこれを指値注文と呼ぶ。指値注文は時刻 t_c 経過してもマッチングされなかった場合に、キャンセルされる。なお、各エージェントは資産を何単位でも買うことができ (キャッシュが無限大)、空売りも自由に行うことができる。

本研究では、1 つの株式を 2 つの取引市場で取引できる場合を調べた。2 つの取引市場はティックサイズ (呼値の刻み、注文価格の最小単位) と、以下に述べる出来高 (売買取引が成立した数量) のシェア W_A, W_B の初期値以外は全く同じである。2 つの取引市場 A, B がある場合、各エージェントはどちらの取引市場に注文を出すかを決める必要がある。各エージェントは注文を出すごとにどちらの取引市場に出すかを判定する。買い (売り) 注文の場合、取引市場 A, B ごとに最も安い (高い) 売り (買い) 注文を探し、これを最良価格と呼ぶ。取引市場 A, B の最良価格が異なり、かつ少なくともいずれかの取引市場で成行注文となる場合は、よりよい最良価格 (買い (売り) 注文の場合安い (高い) 方の最良価格) を提示している取引市場に注文を出す。その他の場合、つまり 2 つの取引市場の最良価格が同じか、いずれの最良価格においても指値注文となる場合は、確率 W_A ,

$$W_A = \frac{T_A}{T_A + T_B} \quad (4)$$

で取引市場 A を選ぶ。ここで、 T_A は取引市場 A の過去 t_{AB} 期間の出来高、 T_B は取引市場 B のそれである。したがって取引市場 B を選ぶ確率 W_B は、確率 $W_B = 1 - W_A = T_B / (T_A + T_B)$ となる。また、時刻 t_{AB} に達するまでの W_A は出来高シェアの初期値として外から与える。取引市場の選択についてまとめると、成行注文で取引価格が異なる場合は、必ず有利となる取引市場に、その他の場合は、出来高のシェアに応じて注文を出す。

*13 $t < \tau_j$ のときは $r_{h,j}^t = \log(P^{t-1}/P_f)$ とする

3 シミュレーション結果

本研究では、さまざまなパラメータを検討し次節で述べる妥当性検証を行った結果、妥当性の高い以下のパラメータを用いた。エージェント個体数 $n = 1000$ ，ファンダメンタル成分への重みの最大値 $w_{1,max} = 1$ ，テクニカル成分への重みの最大値 $w_{2,max} = 10$ ，ノイズ成分への重みの最大値 $w_{3,max} = 1$ ，テクニカル成分を計算する際にさかのぼる最も過去の時刻 $\tau_{max} = 10000$ ，ノイズ成分の標準偏差 $\sigma_\epsilon = 0.06$ ，注文価格決定差の際の標準偏差 $P_\sigma = 30$ ，指値注文の最大有効期間 $t_c = 20000$ ，2つの取引市場における最良価格が同一の場合の発注確率計算期間，及びその初期固定期間 $t_{AB} = 100000$ ，ファンダメンタル価格 $P_f = 10000$ とした。またシミュレーションは時刻 $t = 10000000$ まで行った。

3.1 妥当性検証

表1は、取引市場が1つの場合において、ティックサイズを様々に変化させた場合の統計量を示した。ここでティックサイズは、ファンダメンタル価格 P_f に対する比率で示した。取引は概ね価格 P_f 周辺で行われたため、このティックサイズは概ね1ティック動いた場合の価格の騰落率の大きさを示している。また、本研究の時刻 t は何かしらの注文が入るごとに増加するティック時間であるが、概ね $t = 20000$ 期間で実際の市場での1営業日の約定(売買成立)件数^{*14}に達するため、この期間を1営業日と定義した。約定率^{*15}，キャンセル率^{*16}ともにいずれのティックサイズにおいても実際の市場の値に近い値^{*14}を得ており、モデルの妥当性を示唆している。1日(20000期間)ごとの騰落率の標準偏差も、概ね実際の市場に近い値^{*17}が得られ、この側面からもモデルの妥当性を示唆している。ただし、ティックサイズが1%になると、1ティックごと、及び、1日ごとの両方の騰落率の標準偏差が上昇していることも分かる。

人工市場モデルの妥当性は実証分析で得られている *fat-tail* や *volatility-clustering* といった代表的な *stylized fact* が再現できるかどうかで評価される場合が多い。表1では、10秒(約10期間)ごとの騰落率を用いて計算した尖度と騰落率の2乗の自己相関も示している。いずれのシミュレーションでも尖度がプラスで *fat-tail* となっており、騰落率の2乗の自己相関もラグがあってもプラスで *volatility-clustering* も再現されており、モデルが妥当であることを示している。しかし、ティックサイズが1%の場合のみ、ラグが大きくなると騰落率の2乗の自己相関はプラスにならずほとんどゼロになってしまっている。これは、ティックサイズが大きすぎるため、10秒間だと騰落の大きさが0か1ティック分の1%しかほとんどとれないため、徐々にボラティリティが上昇したり減少したりできなくなっていることが考えられる。実際の市場でもこのようになっているかどうか調べる必要があるが今後の課題である。

*14 実際の市場の統計量のうち、1銘柄あたりの1営業日の約定件数(ティック回数)、約定率、キャンセル率は東京証券取引所(2010)を参照。

*15 約定率 = $\frac{\text{約定件数}}{\text{注文件数} + \text{キャンセル件数}}$

*16 キャンセル率 = $\frac{\text{キャンセル件数}}{\text{注文件数} + \text{キャンセル件数}}$

*17 本研究のシミュレーションではオーバーナイトが存在しないので、ここでの1日ごとの騰落率の標準偏差は、実際の市場のイントラデイのボラティリティに相当する。実際の市場の値は宇野(2012)を参照。

表1 ティックサイズを様々に変化させた場合の統計量.

ティックサイズ(%)		0.0001%	0.001%	0.01%	0.1%	1%
注文状況	約定率	24.2%	24.3%	23.6%	23.7%	22.6%
	キャンセル率	25.8%	25.6%	26.4%	26.3%	27.4%
	1日約定件数	6,519	6,543	6,405	6,425	6,216
騰落率の 標準偏差	1ティック(1期間)	0.05%	0.05%	0.05%	0.06%	0.18%
	1日(20000期間)	0.63%	0.63%	0.49%	0.61%	1.09%
尖度		1.43	1.49	1.29	1.13	1.35
騰落率の2乗の 自己相関	ラグ					
	1	0.225	0.232	0.220	0.210	0.027
	2	0.138	0.138	0.135	0.117	0.001
	3	0.106	0.104	0.102	0.088	0.005
	4	0.089	0.085	0.085	0.074	0.009
	5	0.074	0.072	0.074	0.065	-0.001

3.2 シェアの推移

次に取引市場が2つある場合のシェアの移り変わりを調べた。取引市場Aと取引市場Bは、ティックサイズと初期の出来高シェア以外は全く同じである。図1は、取引市場Aの出来高のシェアの推移である。初め $W_A = 0.9$ とし^{*18}、取引市場Bのティックサイズ $\Delta P_B = 0.01\%$ とした。取引市場Aのティックサイズ ΔP_A を様々に変化させたところ、 ΔP_A が大きければ大きいほど、取引市場Bへシェアの移り変わるのが速いことが分かる。また、 ΔP_A が $\Delta P_B = 0.01\%$ と同じくらいの場合 ($\Delta P_A = 0.01\%, 0.02\%$) は、取引市場Aは初期に与えたシェア $W_A = 0.9$ を維持することも分かった。図2は、 $\Delta P_A = 0.05\%$ の場合のそれぞれの取引市場の約定率を示した。すべての時間帯において、取引市場Bのほうが約定率が高くなっている。これは、成行注文を出す際、取引市場Bの方が有利な価格を提示していることが多いことを示している。取引市場Bのほうがティックサイズが小さいため、取引市場Aの1ティックの内側で取引が続く場合、取引市場Bが売り買い両方で有利な価格を提示することができる。その間は、すべての成行注文が取引市場Bに出されることとなり、シェアを奪う要因となる。

一方、図3は $\Delta P_B = 0.0001\%$ とした場合のシェアの推移である。図1の場合よりも ΔP_B が100分の1となっているため、 ΔP_A も100分1とした。すると、取引市場Bはシェアをほとんど奪えないことが分かった。両取引市場のティックサイズは図1の場合と同じくらいの比率の差があるにも関わらずである。つまり、余りにも細かいティックサイズの競争は意味がなく、現在のシェアを維持することが分かる。どれくらいのティックサイズ以下ならシェア争いに影響を与えないのか以下議論する。この水準より小さいティックサイズにしておけば、他の取引市場がどんなに小さなティックサイズを用意してもシェアが動かないので、この水準が必要十分なティックサイズの小ささであると考えることができる。これは効率的な取引市場を設計する上で重要な指標となる可能性がある。

*18 初めの W_A を変えた場合でも本質的な結果は変わらなかった。

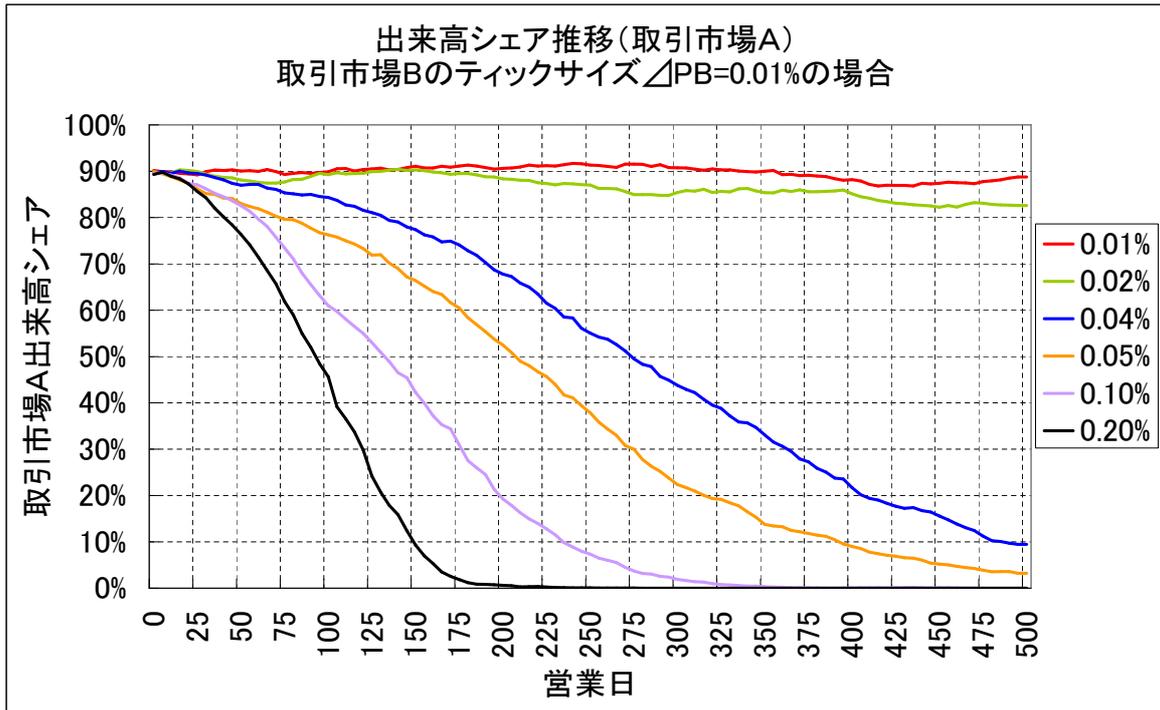


図1 ΔP_A を様々に変化させた時の取引市場 A の出来高のシェアの推移 ($\Delta P_B = 0.01\%$).

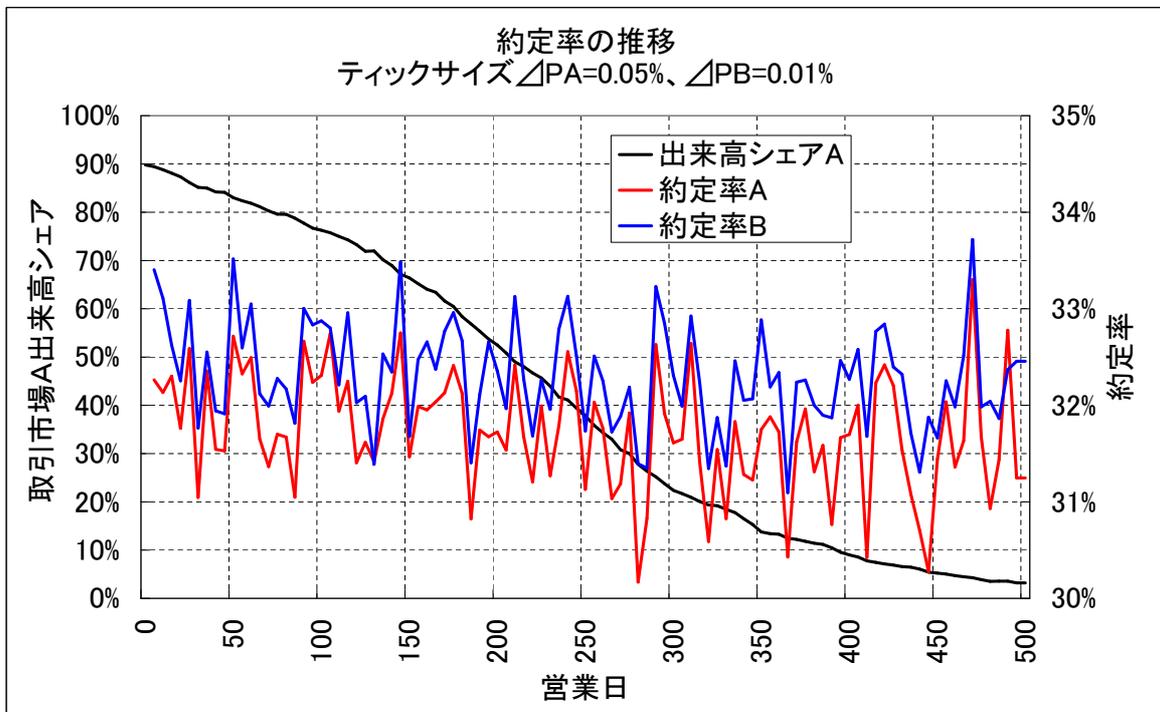


図2 $\Delta P_A = 0.05\%$ 、 $\Delta P_B = 0.01\%$ の場合のそれぞれの取引市場の約定率の推移.

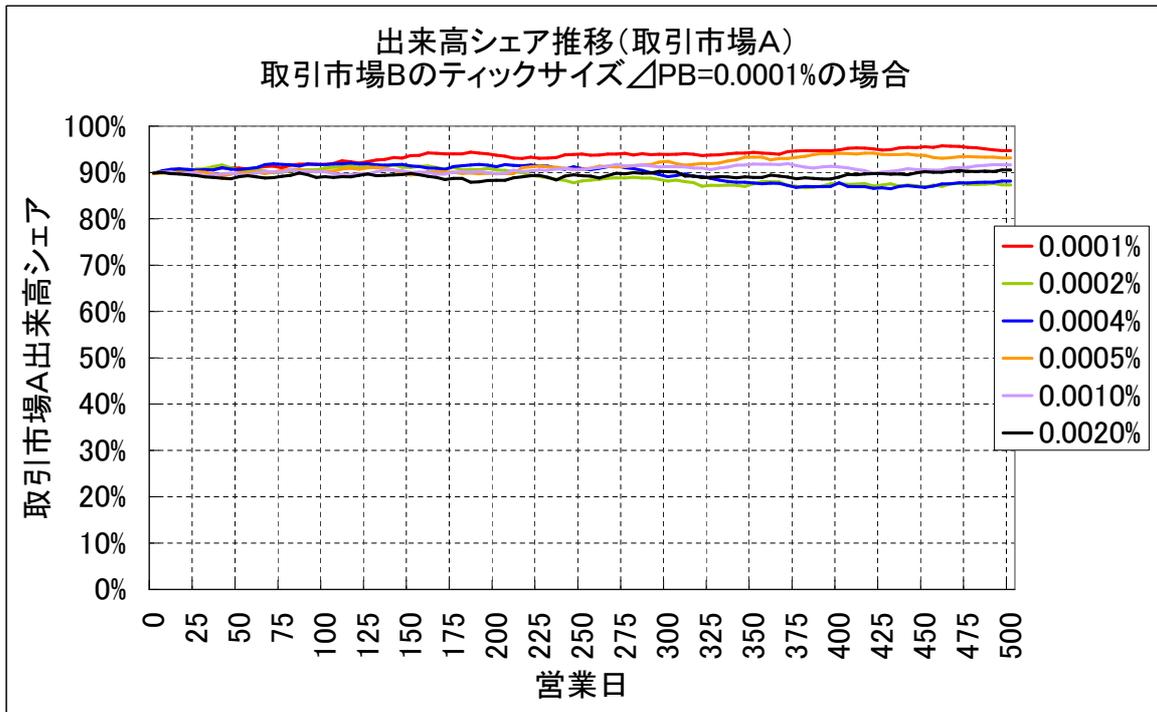


図3 ΔP_A を様々に変化させた時の取引市場 A の出来高のシェアの推移 ($\Delta P_B = 0.0001\%$).

3.3 シェアが変動するティックサイズ

表2は ΔP_A と ΔP_B を様々に変化させた場合の500営業日後の取引市場Aの出来高シェア W_A であり、80%以上を水色、10%以上80%未満を黄色に、10%未満をオレンジ色とした。初期の $W_A = 0.9$ である。また、ここに2つの境界線、

$$\Delta P_A \leq \Delta P_B \tag{5}$$

$$\Delta P_A < \bar{\sigma}_t \approx 0.05\% \tag{6}$$

を描いた。ここで $\bar{\sigma}_t$ はティックサイズが十分小さいときの1ティックごとの騰落率の標準偏差であり、表1より約0.05%と求めた。表2において、式(5)が示すのは階段状の赤い線より右上であり、式(6)が示すのは青い直線より上である。式(5,6)のいずれか一方を満たせば、水色または黄色い領域となっており、取引市場Aはシェアを奪われにくいことが分かる。逆に、式(5,6)の両方満たさない左下の領域はほとんどがオレンジ色となっており、シェアを奪われていることが分かる。式(6)が示す青い直線より上側では ΔP_B がどんなに小さくても取引市場Aはシェアを奪われにくいことが分かり、 $\bar{\sigma}_t$ が必要十分なティックサイズの小ささである可能性がある。

図4は、 ΔP_A を様々に変えたときの、1ティックごとの騰落率の標準偏差 σ_t 、1ティックごとの騰落率の絶対値のうちゼロを除いたものの平均 σ'_t 、500営業日後の取引市場Aの出来高シェア(最終シェア)を示した。左の縦軸及び横軸は対数目盛である。 $\Delta P_B = 0.0001\%$ であり、すべての領域で式(5)を満たさない。また、 $\bar{\sigma}_t$ (ΔP_A が十分小さいときの σ_t) を緑の破線で、左の縦軸と横軸の値が同じ直線 ($y = x$) を紫の破線で示した。緑と紫の破線の交点より左側が式(6)を満たす領域であり、右側が式(6)を満たさない領域である。言い換えれば、この交点より右側は、 ΔP_A が大きすぎる領域となる。 σ_t をみると、

表2 ΔP_A と ΔP_B を様々に変化させた場合の 500 営業日後の取引市場 A の出来高シェア。

取引市場A		取引市場B ティックサイズ ΔP_B										
500営業日後シェア		0.0001%	0.0002%	0.0005%	0.001%	0.002%	0.005%	0.01%	0.02%	0.05%	0.1%	0.2%
取引市場A ティック サイズ ΔP_A	0.0001%	87%	92%	89%	87%	94%	93%	96%	100%	100%	100%	100%
	0.0002%	86%	84%	95%	95%	89%	93%	97%	98%	100%	100%	100%
	0.0005%	92%	89%	89%	92%	95%	95%	99%	99%	98%	100%	100%
	0.001%	89%	82%	93%	92%	90%	93%	96%	98%	100%	100%	100%
	0.002%	86%	88%	89%	83%	90%	90%	96%	97%	100%	100%	100%
	0.005%	85%	80%	89%	86%	92%	90%	97%	99%	100%	100%	100%
	0.01%	74%	78%	70%	76%	83%	84%	90%	97%	100%	100%	100%
	0.02%	46%	57%	47%	71%	47%	61%	87%	99%	100%	100%	100%
	0.05%	3%	4%	2%	7%	3%	8%	3%	23%	96%	100%	100%
	0.1%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	94%	100%
0.2%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	94%	

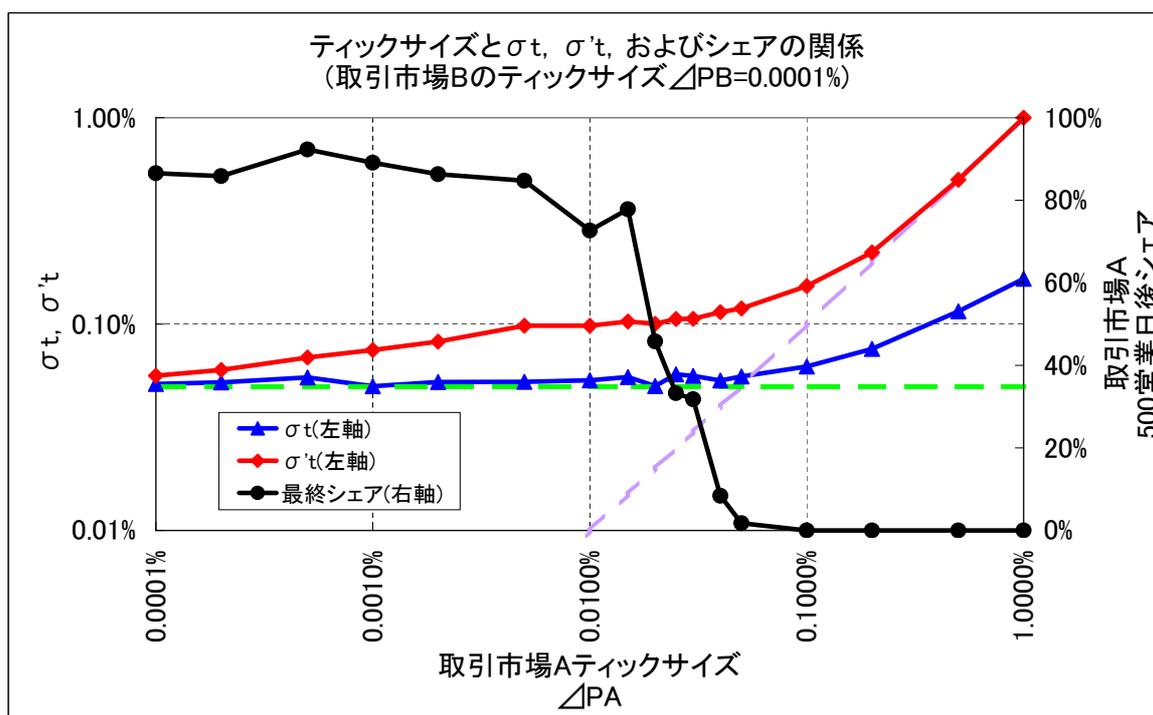


図4 ΔP_A を様々に変えたときの、1 ティックごとの騰落率の標準偏差 σ_t 、1 ティックごとの騰落率の絶対値のうちゼロを除いたものの平均 σ'_t 、500 営業日後の取引市場 A の出来高シェア。

この交点より十分左側では $\sigma_t \approx \bar{\sigma}_t$ となっており、 ΔP_A の変化が σ_t に影響を与えていない。 ΔP_A をいくら小さくしても σ_t は小さくならず、これ以上ティックサイズを小さくしても価格形成には意味をもたらさないとも言える。この交点の右側においては、 ΔP_A の上昇すると σ_t が上昇している。 σ'_t を見ると、この交点の右側では、ほとんど紫の破線と重なり $\sigma'_t \approx \Delta P_A$ となっている。 σ'_t は価格が変動した場合の騰落率の絶対値の平均であるため、これがティックサイズとほぼ等しいということは、ほぼすべての価格変動が 1 ティックしか動いていないことを示している。本来なら ΔP_A よりももっと細かく価格が動きたい場合でも、 ΔP_A よりも小さい価格変動が許されないため、価格変動が ΔP_A で決まってしまうことを表している。

実際の取引市場では十分すぎると断言できるティックサイズが導入されたことはないであろう。そのため、 $\bar{\sigma}_t$ がどのくらいであるかを実証研究で得るのは困難と考えられる。一方、ティックサイズ ΔP と

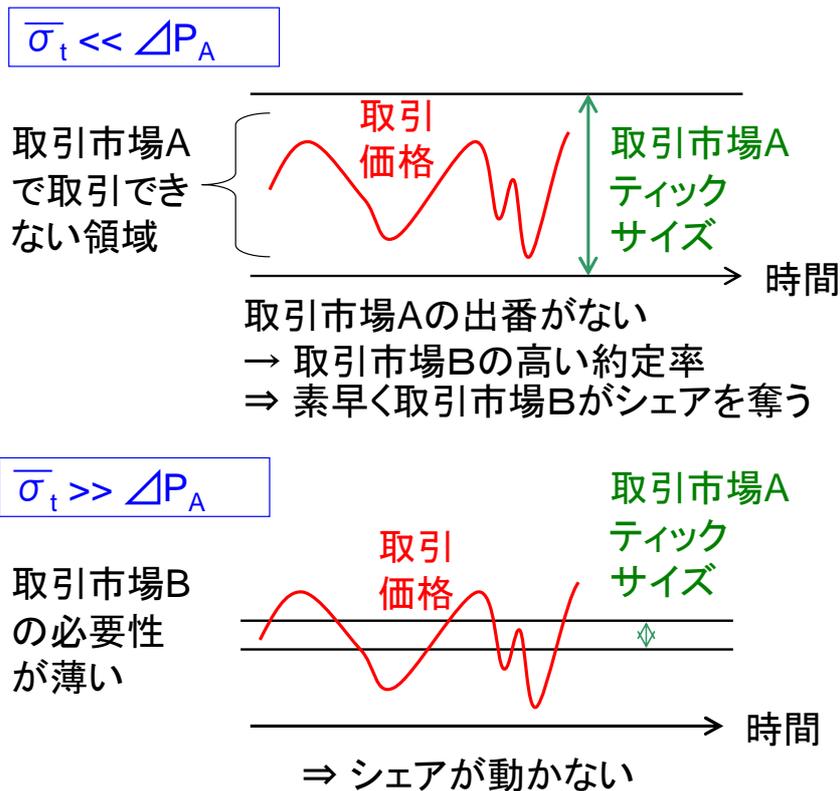


図5 ティックサイズと1ティックごとの騰落率の標準偏差の関係のまとめ

σ'_t を比較することは容易であり,

$$\sigma'_t \approx \Delta P \quad (7)$$

ならば、 ΔP が大きすぎるという議論ができる可能性がある。

以上を図5を用いてまとめる。 ΔP_A が $\bar{\sigma}_t$ より大きい場合(図5の上)、もし ΔP_B が ΔP_A より小さければ、 ΔP_A の内側で多くの取引が行われ取引市場Bのみでの取引が多くなり、出来高シェアが取引市場Bに移ることになる。一方、 ΔP_A が $\bar{\sigma}_t$ より十分小さい場合(図5の下)は、 ΔP_B がいくら小さくても、 ΔP_A をまたぐ取引が多いので、取引市場Bだけで取引されることは多くはないので、出来高シェアは動かない。

4 簡単な実証分析との比較

シミュレーション結果である図4と比較できるような簡単な実証分析を、日本の株式市場のデータを用いて行った。用いたデータの期間は、比較的市場に大きな変動がなかった2011年5月(図6左図)及び2011年9月(図6右図)のそれぞれ1ヶ月間の全営業日である。分析対象の銘柄は、該当する期間にTOPIX500指数^{*19}に採用されていてかつ、該当期間の最初の営業日の終値と、最終営業日の終値でのティックサイズ(呼値の刻み、注文価格の最小単位)が同一である486銘柄(2011年5月)及び488銘

^{*19} 東京証券取引所市場第一部銘柄の中から、時価総額及び流動性の高い500銘柄で構成される指数であり、TOPIX Core 30、TOPIX Large 70 及び TOPIX Mid400 を含む

柄 (2011 年 9 月) を対象とした。図 6 は、横軸に東京証券取引所での各銘柄のティックサイズ水準 ΔP を、青い点は銘柄ごとの 10 秒ごとの騰落率の標準偏差 σ_t 、赤い点は銘柄ごとの 10 秒ごとの騰落率の絶対値のうちゼロを除いたものの平均 σ'_t を示した*20。黒い点は銘柄ごとの PTS(Proprietary Trading System) の売買代金シェアを示す。 $\Delta P, \sigma_t$ 及び σ'_t の算出には東京証券取引所が保有するティックデータを用いた。 ΔP は該当期間それぞれの最終営業日における、ティックサイズ/終値を用いた。 σ_t 及び σ'_t は、寄り付きのデータを除いた 1 営業日内のデータで各営業日の値を算出し、それら各営業日の値の平均値を用いた。PTS のシェアは、Bloomberg より取得した取引所市場（東京証券取引所、大阪証券取引所、名古屋証券取引所、福岡証券取引所、札幌証券取引所、JASDAQ）及び、日本証券業協会より取得した PTS 市場（kabu.comPTS, ジャパンネクスト PTS, チャイエックス・ジャパン PTS, ジャパン・クロッシング, マネックスナイター, 松井証券即時決済取引）の当該期間の売買代金合計を用いて、PTS 市場の売買代金/(取引所市場と PTS 市場の売買代金合計) で計算した*21。なお、図 4 と比較しやすいようにシェアを示す右の縦軸は、上下逆にした。左の縦軸と横軸の値が同じ直線 ($y = x$) を紫の破線で示し、 $\sigma_t = 0.05\%$ の直線を緑の破線で示した。

青い点 σ_t を見ると図 4 の青線と同様に、 ΔP が大きくなるほど大きくなり、 ΔP が小さくなると緑の破線 $\sigma_t = 0.05\%$ の水準で横ばいになっている。 ΔP が十分小さくなると、 σ_t は ΔP に依存しなくなり、価格形成が円滑に進む水準となっているように推察される。緑の破線 $\sigma_t = 0.05\%$ とシミュレーションから得られた $\bar{\sigma}_t$ は同じくらいの水準となっているが、これらの数値が同じくらいになるようシミュレーションのパラメータを十分に調整したわけではないので、これらの一致は偶然であると考えている。 $\bar{\sigma}_t$ を決定する要素にどのようなものがあるか議論し、パラメータ調整するのは今後の課題である。赤い点 σ'_t はほとんどの領域で紫の破線 ($y = x$) とほぼ一致しているが、 ΔP が 0.10% より小さい領域では少し乖離しているように見える*22。用いたデータの期間では、全ての PTS のティックサイズが東京証券取引所のティックサイズより小さく、図 6 は右の縦軸が上下逆になっているため、黒い点の PTS シェアは図 4 の黒い線に対応する。 ΔP が大きくなるほど PTS のシェアが高まっている傾向が見られ、図 4 の黒い線と同じ傾向にある。しかし、図 4 ほどある ΔP を境に急にシェアが変わるということはなく、価格形成が円滑に進む十分小さな ΔP であればシェアが動かないとまではいえそうにない。ここでは考えていないさまざまな影響が含まれているため、はっきりとした境目が見れない可能性もある。詳しい実証分析は今後の課題である。

*20 シミュレーション結果の分析ではティックごとの騰落率を用いたのに対し、ここでは 10 秒ごとの騰落率を用いた。実際のティックデータにおいては、1 つの注文が 2 つ以上の注文に対処して 2 ティック以上価格変動する場合がある。この場合、ティックごとのデータを用いると、ティックデータが 2 つに別れ 1 ティックずつの価格変動を示すこととなり、1 つの注文で 2 ティック分の価格変動があった注文という事実を表さなくなる。そこでここでは簡易的に、10 秒ごとの騰落率を用いた。

*21 正確には、記載した取引所市場、PTS 市場以外においても取引が行われているため、全取引中の PTS シェアを正確に表したのではない。

*22 観測の全期間において ΔP が同一であれば σ'_t が ΔP を下回ることはないが、ここでは ΔP を最終営業日のもののみを使用しているため、 σ'_t が ΔP を下回る点が数個発生している。

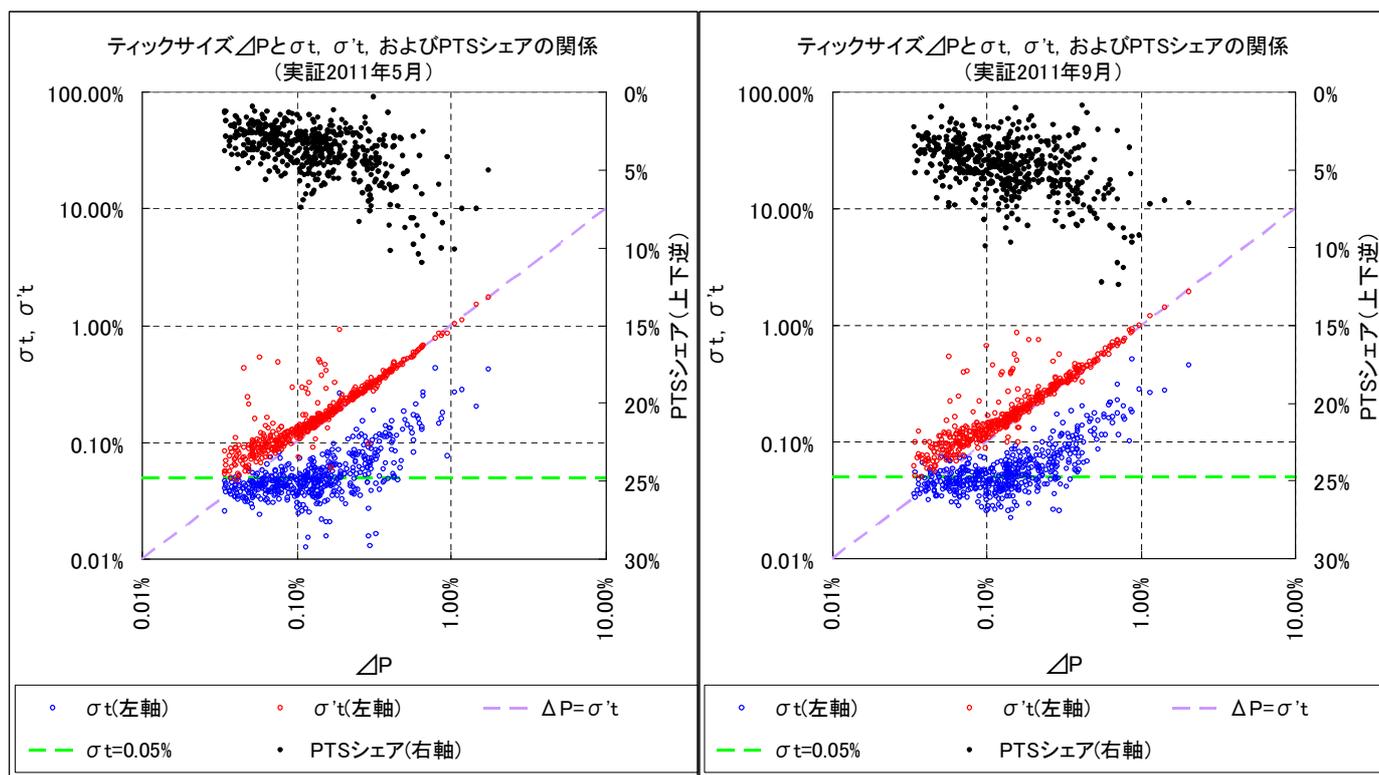


図6 簡単な実証分析.

5 まとめと今後の課題

本研究では、人工市場モデルを用いたシミュレーションを行い、ティックサイズ(呼値の刻み, 注文価格の最小単位)と初期の出来高(売買取引の量)のシェアのみが異なる2つの取引市場がある場合, どのようにシェアが移り変わるかを分析した. 取引市場Aのティックサイズ ΔP_A が, ティックサイズが十分小さいときの1ティックごとの騰落率の標準偏差 σ_t より大きい場合(図5の上), もし取引市場Bのティックサイズ ΔP_B が ΔP_A より小さければ, ΔP_A の内側で多くの取引が行われ取引市場Bのみでの取引が多くなり, 出来高シェアが取引市場Bに移る. 一方, ΔP_A が σ_t より十分小さい場合(図5の下)は, ΔP_B がいくら小さくても, ΔP_A をまたぐ取引が多いので, 取引市場Bだけで取引されることは多くはないので, 出来高シェアは動かない. すなわち,

$$\Delta P_A \leq \Delta P_B \quad \text{または} \quad \Delta P_A < \bar{\sigma}_t \quad (8)$$

が満たされる場合, シェアが動かないことが分かった. また, 簡単な実証分析も行い, シミュレーション結果との比較も行った. これらの分析は, そもそも取引市場が導入すべきティックサイズはどれくらいなのかという議論につながる有意義なものであると考えられる.

今後の課題としてより詳細な実証分析との比較があげられる. 今回の実証分析は簡易なものであったため結論を出すことができなかった. 分析期間や分析対象銘柄をどうすべきか検討する必要がある. また, 個別銘柄ごとの価格変動の大きさの違いや特殊な要因での価格変動の効果を取り除く処理や, 統計的有意性の検討なども必要である. 今後詳細な実証研究を行い, シミュレーション結果との比較を慎重

に行う必要がある。

また、今回のシミュレーションモデル自体にも今後の課題がいくつかある。今回は完全競争下でのシェアの移り変わりを分析したが、実際には取引市場 A にしか注文を出さない投資家がいったりと競争は完全ではない。また、ティックサイズ以外の競争要因、例えば取引システムの高速性や大口の投資家にとっての利便性などの差は全く考慮してしていない。注文のキャンセルはエージェントによらず同じルールを用い、注文の分布も正規分布で一様である。実際には状況に応じてキャンセルの仕方や注文分布は異なり、重要な影響を与える可能性があるので今後検討すべきである。さらに、本来なら取引市場間で裁定取引やマーケット・メーカー戦略を行う取引参加者も重要な役割を果たす可能性があり、今後の課題である。また、出来高シェア以外の、例えば注文量や板の厚さなどで指値注文をどちらに入れるか判断していることも考えられる。さらには、その注文の待ち行列が短いほうに入れるなどの工夫をすることも考えられる^{*23}。人間が注文を入れる場合、ティックサイズが小さすぎると同一価格の注文がほとんどなくなり注文情報が分散しすぎて見づらくなる、といった効果も一切考慮されていない。本研究の指値注文の取引市場選択ルールは単純すぎる恐れがある。特に過去 5 日間のシェアで、発注確率を決めたが、この日数に関して議論が必要である。

もっと深く分析すべき課題もある。本研究のシミュレーションでの $\bar{\sigma}_t$ と実証研究での $\bar{\sigma}_t$ は値が近いが、これは偶然であると考えられる。 $\bar{\sigma}_t$ を決定する要素にどのようなものがあるのかシミュレーション、実証の両面から検討し、それらの要素を知ることは市場設計をする上で重要である。また、シェアの移り変わりとの約定率との関係についてもさらに議論を深める必要がある。さらに、 ΔP_A が $\bar{\sigma}_t$ に近い場合を細かく調べ、 $\Delta P_A < \bar{\sigma}_t$ の詳細を調べる必要がある。エージェントごとの利益の推移を見るなどの分析も必要であろう。これらは本研究では解決されておらず、すべては今後の課題である。

参考文献

- Chen, S., Chang, C., Du, Y. 2009. Agent-based economic models and econometrics. Knowledge Engineering Review.
- Chiarella, C., Iori, G., Perelló, J. 2009. The impact of heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows. Journal of Economic Dynamics and Control, 33 (3), 525–537.
- Cont, R. 2001. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. Quantitative Finance, 1, 223–236.
- Friedman, D. 1993. The double auction market institution: A survey. The Double Auction Market: Institutions, Theories, and Evidence, 3–25.
- 深見泰孝 2012. 「新たな段階に入った欧州の取引所間競争」, 『証券レビュー』, 52 (10), 135–152.
- 井上武 2007. 「米国株式市場間競争のもう一つの側面」, 『野村資本市場クォーターリー』(冬号), 123–135.
- 2009. 「新たな段階に入った欧州の取引所間競争」, 『野村資本市場クォーターリー』(冬号), 178–195.
- 実世界とエージェントシミュレーション協同研究委員会 2012. 「実世界とエージェントシミュレーショ

^{*23} 宇野 (2012) が指摘。

- ン」,, http://www.bookpark.ne.jp/cm/ieej/detail.asp?content_id=IEEJ-GH1262-PRT.
- Kobayashi, S., Hashimoto, T. 2011. Benefits and limits of circuit breaker: Institutional design using artificial futures market. *Evolutionary and Institutional Economics Review*, 7 (2), 355–372.
- LeBaron, B. 2006. Agent-based computational finance. *Handbook of computational economics*, 2, 1187–1233.
- 水田孝信・和泉潔・八木勲・吉村忍 2012a. 「人工市場を用いた値幅制限・空売り規制・アップティックルールの検証」, 『第9回ファイナンスにおける人工知能応用研究会』.
- 水田孝信 2012b. 「金融市場における最新情報技術: 1. 金融の役割と情報化の進展-市場の高速化と課題-」, 『情報処理』, 53 (9), 892–897.
- 大崎貞和 2012. 「期待される PTS 利用の拡大」, 『金融 IT フォーカス』 (9月号), 8–9.
- Thurner, S., Farmer, J., Geanakoplos, J. 2012. Leverage causes fat tails and clustered volatility. *Quantitative Finance*, 12 (5), 695–707.
- 東京証券取引所 2010. 「arrowhead(東証株式売買システム) の (1)IT Jaoan Award2010 経済産業大臣賞 (グランプリ) 受賞及び (2)arrowhead 稼働後 6 ヶ月の運転状況について」,, <http://www.tse.or.jp/news/30/b7gje6000000rmw5-att/b7gje6000000rrr5.pdf>.
- 2012. 「東証公式株式サポーター 株式取引編 第5版」.
- 宇野淳 2012. 「株式取引の市場間競争—上場株取引の市場分散と価格形成—」, 『証券アナリストジャーナル』, 50 (9), 6–16.
- Westerhoff, F. 2008. The use of agent-based financial market models to test the effectiveness of regulatory policies. *Jahrbucher Fur Nationalokonomie Und Statistik*, 228 (2), 195.
- 八木勲・水田孝信・和泉潔 2011. 「人工市場を利用した空売り規制が与える株式市場への影響分析」, 『人工知能学会論文誌』, 26 (1), 208-216.
- Yagi, I., Mizuta, T., Izumi, K. 2010. A study on the effectiveness of short-selling regulation using artificial markets. *Evolutionary and Institutional Economics Review*, 7 (1), 113-132.