



日本取引所グループ  
JAPAN EXCHANGE GROUP

# JPX WORKING PAPER

JPXワーキング・ペーパー

---

株式とETFの裁定取引にかかるコストと流動性の関係  
—人工市場によるシミュレーション分析—

水田 孝信

2019年2月25日

Vol. 27

備考

JPX ワーキング・ペーパーは、株式会社日本取引所グループ及びその子会社・関連会社（以下「日本取引所グループ等」という）の役職員並びに外部研究者による調査・研究の成果を取りまとめたものであり、学会、研究機関、市場関係者他、関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図しております。なお、掲載されているペーパーの内容や意見は筆者ら個人に属し、日本取引所グループ等及び筆者らが所属する組織の公式見解を示すものではありません。

# 株式とETFの裁定取引にかかるコストと流動性の関係 —人工市場によるシミュレーション分析—\*

水田 孝信<sup>†</sup>

2019年2月25日

## 概要

ETF(Exchange Traded Funds, 上場投資信託)は手軽な分散投資を提供する商品として、近年、投資家に普及してきている。しかし、一部のETFは注文量が少なく取引したいときに適切な価格で取引しづらい状況になっていた。そのため取引所によっては、裁定取引の手数料を引き下げるなどの売買を増やそうとする制度を導入する場合がある。しかし、裁定取引にかかるコスト(必要な利益も含む総合的なコスト)によってETFや株式の流動性がどのように変化するのか、そのメカニズムはどのようなものなのかといったことは分かっていない。

そこで本研究では、2つの株式とそれら合計と同じ価値のある1つのETFという3つの証券があり、これらの証券間の裁定取引を行うエージェントを実装した人工市場モデルを構築した。そして、株式とETFの裁定取引にかかるコストによって流動性がどのように変化するかを調べた。

その結果、ボラティリティよりコストが小さければ裁定の機会が訪れやすく、裁定エージェントの売買が増え、ETFと株式の価格の乖離が小さくなることが分かった。また板の厚さを見ると、ETFはコストが下がると板が厚くなっており、株式は逆の傾向となることが分かった。また、ETF、株式ともにコストが低くなると売買が増えていることも示した。コストの減少により株式の板の厚さが減少し売買が増えていることは、株式の待機注文が裁定取引と対当していると考えれば整合的である。ただし実際には、売買の量が増えればより多くの量を注文する市場参加者もいる。この効果を取り入れれば株式においてもコストが下がると注文量が増え、板の厚さも厚くなる可能性もあり、今後の課題である。また、ETFへの注文量が増えた場合も調べた。ETFへの注文量が増えると、より多くの裁定取引が行われるようになるが、価格乖離率はETFへの注文量が少ないときほど改善しないことが分かった。これは、ETFへの注文量が株式のそれに近づいて来ると、本研究で仮定したような裁定取引では、両者の価格の乖離を小さくするのは難しくなり、別の方法が必要となることを示唆していると考えられる。

---

\* 本稿に示されている内容は、筆者ら個人に属しスパークス・アセット・マネジメント株式会社の公式見解を示すものではありません。また、ありうべき誤りは、すべて筆者個人に属します。連絡先：水田 孝信 (mizutata@gmail.com)

<sup>†</sup> スパークス・アセット・マネジメント株式会社

# 1 はじめに

ETF(Exchange Traded Funds, 上場投資信託) は多くの株式や債券などに分散投資された投資信託(ファンド)であるとともに、証券取引所で取引できる。そのため近年、手軽な分散投資を提供する商品として、投資家に広く普及した。一方で、一部のETFは注文量や取引量が少なく取引したいときに適切な価格で取引しづらい(流動性が低い)状況になっていた。ETFは組み入れている株式をすべて集めたものと交換ができる。そのため、ETFと組み入れ株式に価格差があるときに、安いほうを買い、交換を行い<sup>\*1</sup>、高いほうを売って価格差を利益とすることができる。このような取引を裁定取引とよぶが、これを行う参加者が増えることが、ETFが適切な価格で取引され流動性が向上するのに重要であると言われている<sup>\*2</sup>。

例えば、東京証券取引所は流動性が低いETFの流動性を高めるため、ETFに注文を常にだしておき(マーケットメイク)、利益の機会があれば裁定取引を行う専門業者(マーケットメイカー)には取引手数料を引き下げるなどの制度を2018年に導入した(東証マネ部!(2017))。

しかし、裁定取引にかかるコストによってETFや株式の流動性がどのように変化するのか、そのメカニズムはどのようなものなのかといったことは分かっていない。

実証研究のみではこのようなまだ導入したことがない手数料体系を調べたり、その変更の純粋な効果やメカニズムを議論したりするのは困難である。このような議論をするのにすぐれた手法として、コンピュータ上で仮想的にその状況を作り出し検証する、エージェントベースドモデルの一種である人工市場モデルを用いたシミュレーションがある<sup>\*3</sup>。これまでの伝統的な経済学で使われてきた手法にはない強みがあるとして、NatureとScienceに人工市場モデルに期待を寄せる論考が掲載されている(Farmer and Foley (2009); Battiston et al. (2016))。

そして、人工市場モデルを用いたシミュレーション研究はバブルや金融危機の発生メカニズムの解明に貢献したことはもちろん、現実の金融市場の規制や制度、ルールの変更の議論に多くの貢献をした<sup>\*4</sup>。また、JPXワーキングペーパーにおいても、人工市場モデルを用いて制度変更を検討した研究を数多く公表している。

先物やETFと株式との裁定取引を人工市場モデルで扱った研究はあった(Xu et al. (2014); Torii et al. (2015))。しかし、裁定取引にかかるコストによって流動性がどのように変化するか人工市場モデルで調べた研究はない。

そこで本研究では水田他(2013)の人工市場モデルをベースに、2つの株式とそれら合計と同じ価値のある1つのETFという3つの証券に拡張(図1)し、これらの証券間の裁定取引を行うエージェントを実装したモデルを構築した。そして、株式とETFの裁定取引にかかるコストによって流動性がどのように変化するかを調べた。

---

<sup>\*1</sup> 実際にはこの交換の作業は後回しで行う。

<sup>\*2</sup> これら背景の詳しい解説として東証マネ部!(2017)がある。また、ETFに限らず、株式などの流動性は社会の発展に非常に重要である。詳しい解説として水田(2018)がある。

<sup>\*3</sup> 優れたレビューとして、LeBaron(2006); Chen et al. (2012); Todd et al. (2016); 和泉(2017b)がある。

<sup>\*4</sup> レビューとして、水田(2014); Mizuta(2016); 和泉他(2017a)

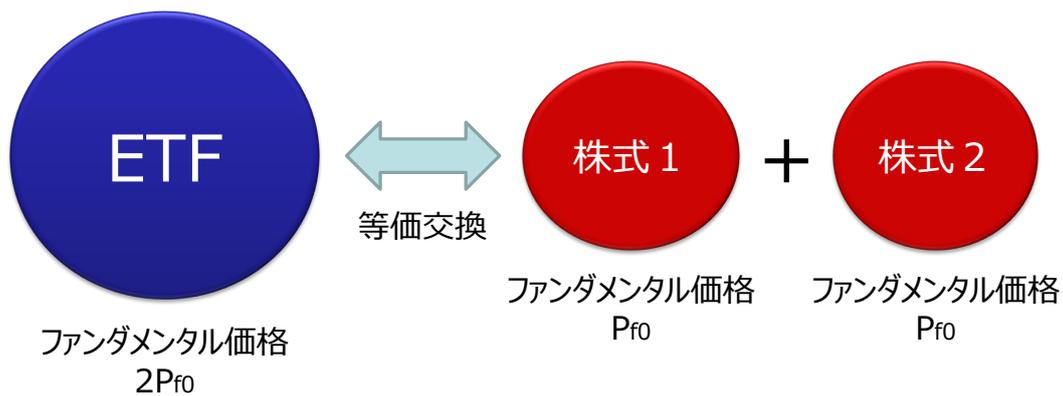


図1 ETF1株は，株式1の1株と株式2の1株の計2株と交換できる

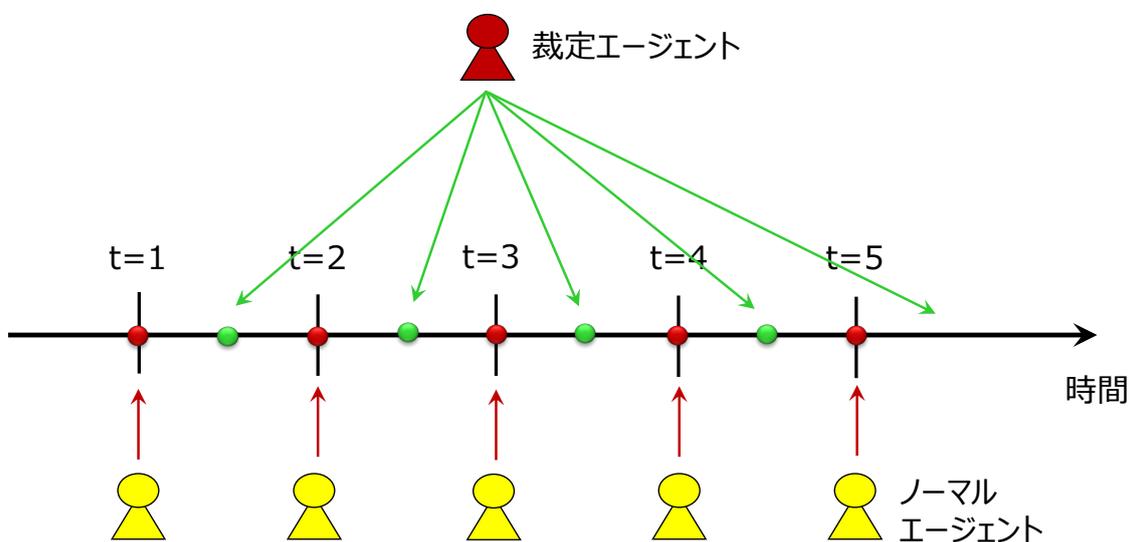


図2 裁定エージェントはいつでも注文を出したり，変更したりできるとする

ETF			株式1			株式2		
売り	価格	買い	売り	価格	買い	売り	価格	買い
7	20300		30	10400		50	10400	
10	20200		44	10300		70	10300	
	20100		70	10200		90	10200	
	20000		134	10100		116	10100	
→	19900	<b>1</b>	→	<u>10000</u>	<u>120</u>	→	<u>10000</u>	<u>154</u>
	19800	10		9900	88		9900	60
	19700	6		9800	52		9800	55
	19600	4		9700	25		9700	31

図3 裁定取引の例

## 2 人工市場モデル

Chiarella and Iori (2002) では、シンプルでありながら、実証分析で得られた長期間に存在する価格変動の統計的性質 (stylized fact) を再現できるエージェントモデルの構築に成功している。水田他 (2013) では、Chiarella and Iori (2002) のモデルをベースにモデルを構築し、Chiarella and Iori (2002) のモデルでは再現されていなかったミリ秒からマイクロ秒といった短い時間スケールでの性質 (マーケット・マイクロ・ストラクチャー) も再現した。

本研究では水田他 (2013) の人工市場モデルをベースに、2つの株式とそれら合計と同じ価値のある1つのETFという3つの証券に拡張 (図1) し、これらの証券間の裁定取引を行うエージェントを実装したモデルを構築した。本研究の目的にはモデルがシンプルであることはとても重要である。本モデルの構築の基本理念は付録“モデル構築の基本理念”参照。

本モデルは2つの株式とそれら合計と同じ価値のある1つのETFという3つの証券を取引対象とする (図1)。いずれの証券も価格決定メカニズムは、ザラバ方式 (continuous double auction)<sup>\*5</sup>とし、独立して価格の決定・売買が行われる。注文できる価格の変化幅の最小単位 (呼値の刻み) は  $\delta P$  とし、注文価格のそれより小さい端数は、買い注文の場合は切り捨て、売り注文の場合は切り上げる。

いずれかの証券のみを売買する多数 (各証券に  $n$  体、全部で  $3n$  体) のノーマルエージェントと、3つの証券に対して裁定取引を行う1体の裁定エージェントが存在する。いずれのエージェントも保有する証券の数量に制限はなく (キャッシュが無限大)、マイナスの保有数量 (空売り) にも制限はない。

### 2.1 ノーマルエージェント

各証券に対してそれぞれ  $n$  体のノーマルエージェントが売買に参加する。ノーマルエージェントは、実際の市場の価格形成の性質を再現するために導入するものであり、stylized fact や高頻度取引にかかわる統計量を再現するなるべくシンプルな、ごく一般的な投資家をモデル化したものとした。エージェント番号  $j = 1$  から順番に  $j = 2, 3, 4, \dots$  と注文を出す。  $j = n$  が注文を出すと、次の時刻にはまた  $j = 1$  から注文を出し繰り返される。注文数量は常に1株と一定とする。また、各証券の注文の量 (流動性) を調整するため、ETF では注文は定数  $k (0 < k < 1)$  の割合でしか実行されず、実行されなかったエージェントはなにもせず次のエージェントに順番が移る。株式1, 2ではすべてエージェントが注文を行う。そのため、ETFの注文量は株式1, 2のそれぞれの  $k (< 1)$  倍と少なくなる。

注文価格  $P_{o,j}^t$ , 売り買いの別を以下のように決める。各証券の時刻  $t$  にエージェント  $j$  が予想する価格の変化率 (予想リターン)  $r_{e,j}^t$  は、

$$r_{e,j}^t = \frac{w_{1,j} \log(P_f/P^t) + w_{2,j} r_{h,j}^t + w_{3,j} e_j^t}{w_{1,j} + w_{2,j} + w_{3,j}} \quad (1)$$

とする。ここで、 $w_{i,j}$  はエージェント  $j$  の  $i$  項目の重みであり、シミュレーション開始時に、それぞれ0

<sup>\*5</sup> ザラバ方式は、売り手と買い手の双方が価格を提示し、売り手と買い手の提示価格が合致するとその価格で直ちに取引が成立する方式である (東証 (2015))。

から  $w_{i,max}$  まで一様乱数で決める。log は自然対数である。  $P_f$  は時間によらず一定のファンダメンタル価格であり株式 1 または 2 の場合  $P_f = P_{f0}$ , ETF の場合  $P_f = 2P_{f0}$  である。  $P^t$  は各証券それぞれの取引価格、  $e_j^t$  は各証券の時刻  $t$ , エージェント  $j$  の乱数項であり、平均 0, 標準偏差  $\sigma_e$  の正規分布乱数である。  $r_{h,j}^t$  は各証券の時刻  $t$  にエージェント  $j$  が計測した過去リターンであり、  $r_{h,j}^t = \log(P^t/P^{t-\tau_j})$  である\*6。ここで  $\tau_j$  はシミュレーション開始時に 1 から  $\tau_{max}$  までの一様乱数でエージェントごとに決める。

式 (1) の第 1 項目はファンダメンタル価格と比較して安ければプラスの予想リターンを高めればマイナスの予想リターンを示す, ファンダメンタル価値を参照して投資判断を行うファンダメンタル投資家の成分である。第 2 項目は過去のリターンがプラス (マイナス) ならプラス (マイナス) の予想リターンを示す, 過去の価格推移を参照して投資判断を行うテクニカル投資家の成分であり, 第 3 項目はノイズを表している。

予想リターン  $r_{e,j}^t$  より予想価格  $P_{e,j}^t$  は,

$$P_{e,j}^t = P^t \exp(r_{e,j}^t) \quad (2)$$

で求まる。注文価格  $P_{o,j}^t$  は平均  $P_{e,j}^t$ , 標準偏差  $P_\sigma$  の正規分布乱数で決める。ここで,  $P_\sigma$  は定数である。そして, 売り買いの別は予想価格  $P_{e,j}^t$  と注文価格  $P_{o,j}^t$  の大小関係で決める。すなわち,

$$\begin{aligned} P_{e,j}^t > P_{o,j}^t &\text{なら1株の買い} \\ P_{e,j}^t < P_{o,j}^t &\text{なら1株の売り} \end{aligned} \quad (3)$$

とする\*7。注文を行ってからキャンセル時間  $t_c$  だけ経過した注文はキャンセルする。

## 2.2 裁定エージェント

ETF1 株は, 株式 1 の 1 株と株式 2 の 1 株の計 2 株と等価であり, 各証券の取引価格がいくらであったとしても交換できる。そのため, ETF を買った価格が株式 1 と 2 を売った価格の合計より小さければ, その差額が利益となる (その逆もしかりである)。というのも, 安く買った ETF を株式 1 と 2 に交換して高く売ればその差額が利益となるからである。このような価格差を利益とする取引は裁定取引とよばれており, 裁定エージェントは裁定取引を行う。裁定エージェントはいつでも注文を出したり, 変更したりできるとする (図 2)。

図 3 は, 各証券の注文状況の例である。株式 1 と 2 の最も高い買い注文の価格の合計は 20000 (=10000+10000) である。一方, ETF の最も高い買い注文の価格は 19800 であり, 19900 には買い注文は入っていなかったとする。裁定エージェントは ETF へ 19900 の 1 株の買い注文 (赤字) を入れ待機する。もし, この注文が成立し, ETF1 株を手に入れたら, この ETF1 株を株式 1, 2 それぞれ 1 株ずつと交換し, 株式 1 と 2 を各 10000 で 1 株ずつ売れば, 差額の 100 が利益となる。もちろん逆の裁定取引も可能である。すなわち, まず ETF を借りてきて高く売り, 株式を安く買って ETF に交換して返し, その差額が利益となる。

\*6 ただし,  $t < \tau_j$  のときは,  $r_{h,j}^t = 0$  とした。

\*7 ただし,  $t < t_c$  のときは十分な板の厚さを確保するため,  $P_f > P_{o,j}^t$  なら 1 株の買い,  $P_f < P_{o,j}^t$  なら 1 株の売りとする。また,  $P^t = P_f$  とする

以上の例では、取引にかかるコストをゼロとしたが、実際にはコストがかかる。本モデルでは上記の一連の取引にかかるすべてのコストと、1回の裁定取引で必要な利益額の合計を  $C = c \times P_{f0}$  と定義する。Cには必要な利益も含んでいるので、上記の価格差がCとなる取引ができる場合、裁定取引を行うことができる。

今、株式1, 2, およびETFの最も高い買い注文の価格をそれぞれ  $B_1, B_2, B_{ETF}$ , それらの最も安い売り注文の価格をそれぞれ  $S_1, S_2, S_{ETF}$  とする。裁定エージェントは、 $B_{ETF} < B_1 + B_2 - C$  のとき、ETFに価格  $B_1 + B_2 - C$  の1株の買い注文を、 $S_{ETF} > S_1 + S_2 + C$  のとき、ETFに価格  $S_1 + S_2 + C$  の1株の売り注文を出す。両方出す場合もあることに注意。その後、ETFに出していた買い注文が成立したら、直ちに株式1と2にそれぞれ価格  $B_1, B_2$  の売り注文を1株ずつ出す。これらの注文は対当する注文がすでに存在するのですぐに取引が成立し、裁定取引が完了する。ETFに出していた売り注文が成立したら、直ちに株式1と2にそれぞれ価格  $S_1, S_2$  の買い注文を1株ずつ出す。また、 $B_1, B_2, B_{ETF}, S_1, S_2, S_{ETF}$  のいずれかが変更になれば、注文を入れなおす。

裁定エージェントのこれらの取引は必ずCだけの価格差を確保しており損失を出すことはないが、裁定取引の機会が全くない可能性はある。

### 3 シミュレーション結果

本研究では水田他 (2013) と同じ以下のパラメータを用いる。具体的には、 $n = 1000, w_{1,max} = 1, w_{2,max} = 10, w_{3,max} = 1, \tau_{max} = 10000, \sigma_\epsilon = 0.06, P_\sigma = 30, t_c = 20000, \delta P = 0.01, k = 0.1, P_{f0} = 10000$  とした。つまり各証券のファンダメンタル価格は、株式1, 2が  $P_{f0} = 10000$ , ETFが  $2P_{f0} = 20000$  である。またシミュレーションは時刻  $t = t_e = 1000000$  まで行った\*8。また、 $c = 0\%, 0.005\%, 0.01\%, 0.025\%, 0.05\%, 0.1\%, 0.5\%$ , および裁定エージェントがいない場合に対して、その他の条件を乱数表も含め全く同じにして、各種統計値を算出した。これを、乱数表を変更して100回行い、その平均値を用いる。

図4はコストcごとの価格乖離率と裁定エージェントの売買株数である。価格乖離率は株式1と2の価格の合計とETFの価格がどれだけ乖離していたかを示す指標であり、

$$M_d = \frac{1}{te} \sum_{t=1}^{te} \frac{|P_{ETF}^t - (P_1^t + P_2^t)|}{P_1^t + P_2^t} \quad (4)$$

と定義した。ここで、 $P_{ETF}^t, P_1^t, P_2^t$  はそれぞれ時刻  $t$  におけるETF, 株式1, 2の価格、 $||$  は絶対値である。

コストが減少すると裁定エージェントの売買が増え、価格の乖離が減っている。価格の乖離はコストが0.1%付近を閾値に急激に変化している。この値はちょうど、10期ごとの株式のリターンの標準偏差(ボラティリティ)である0.11%に近い値である。そのため、コストがボラティリティに比べ、高いか低いか重要な境界であることが考えられる。

\*8 これらのパラメータの妥当性検証については付録“モデルの妥当性検証”参照。また具体的なパラメータの検討は水田(2014)に書かれている。

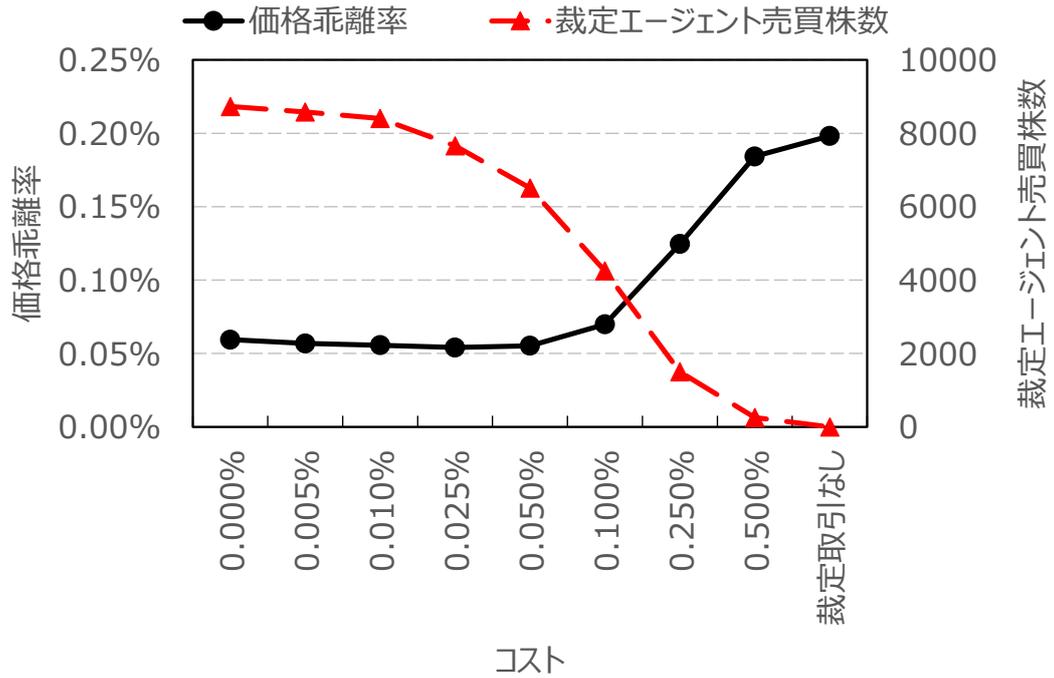


図4 価格乖離率と裁定エージェントの売買株数

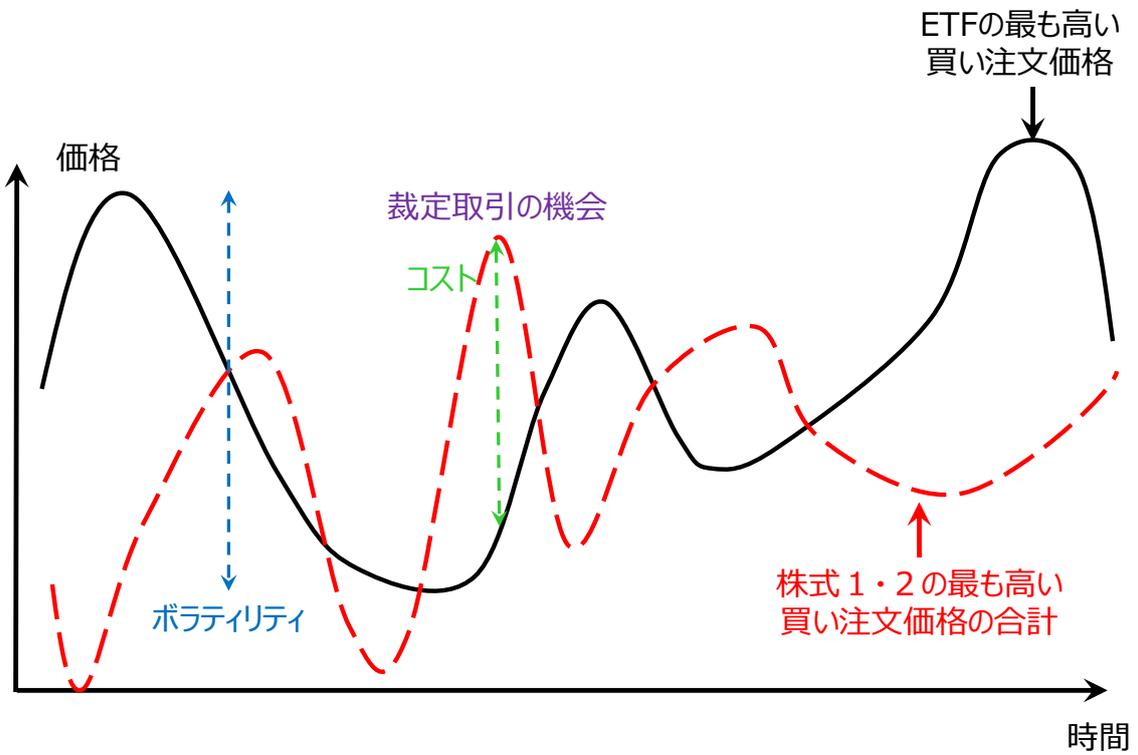


図5 ボラティリティとコストの関係

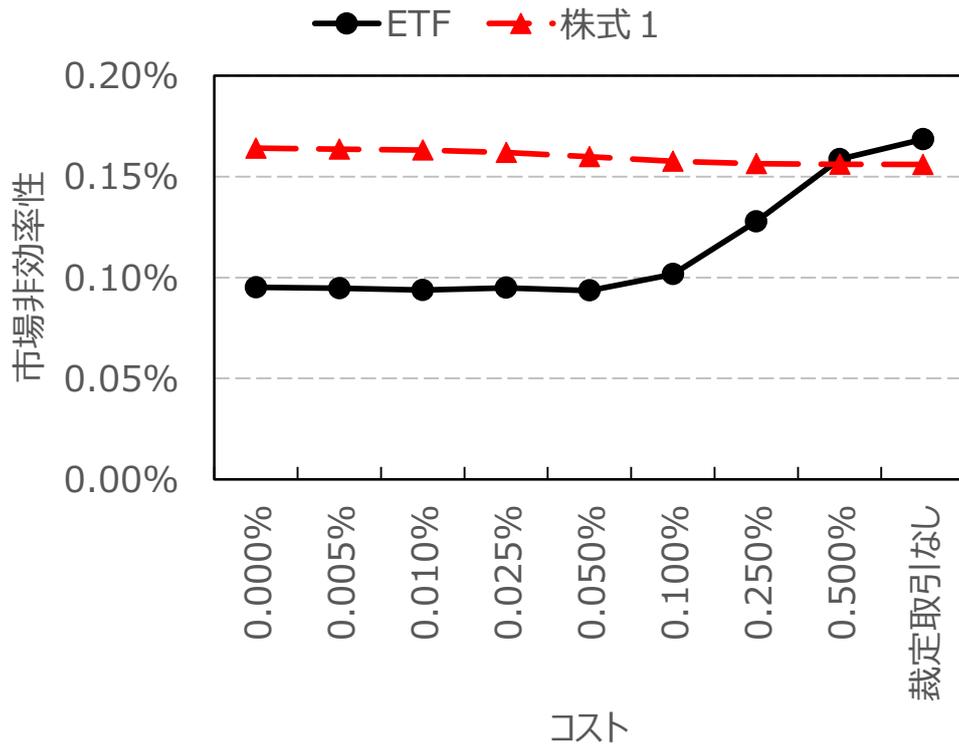


図6 市場非効率性

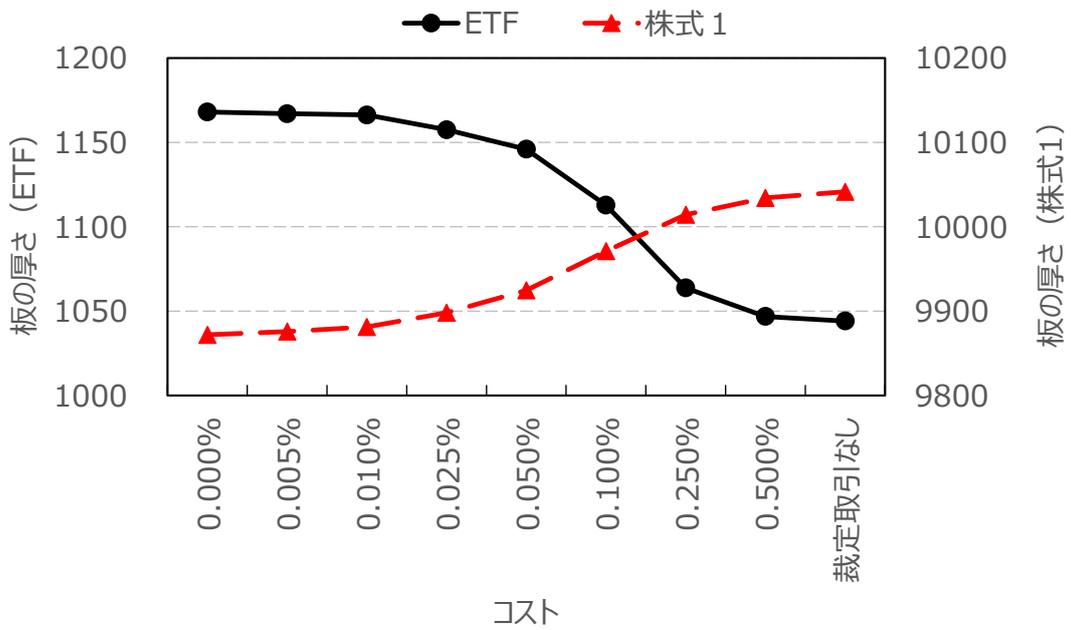


図7 板の厚さ

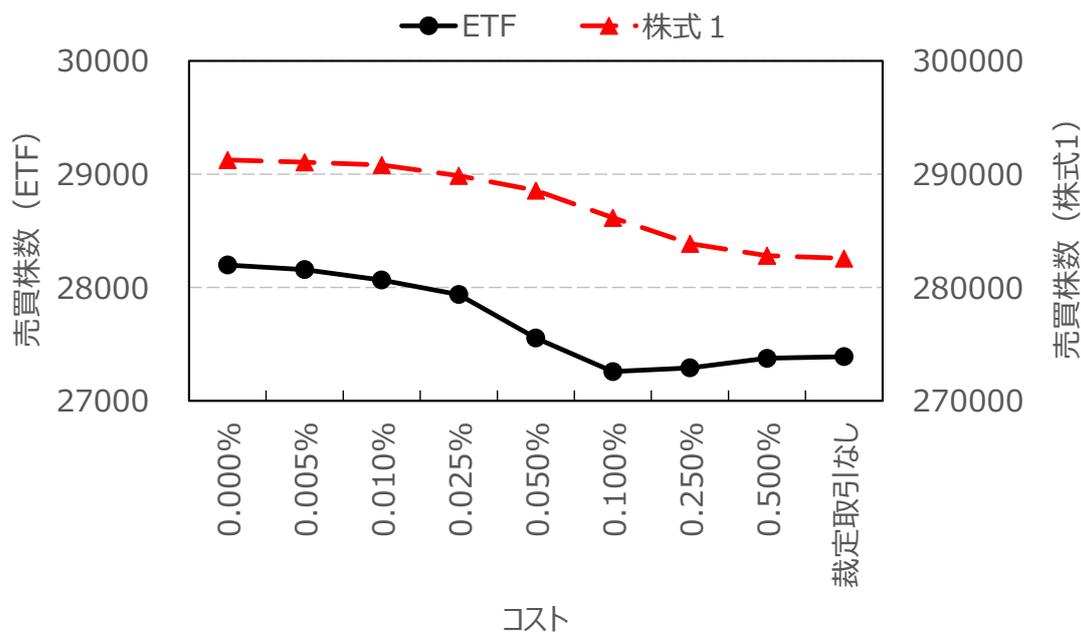


図8 全売買株数

図5は、ボラティリティとコストの関係を示した模式図である。赤い破線は株式1，2の最も高い買い注文の価格の合計，黒い線はETFの最も高い買い注文の価格である。そのため，赤い破線が黒い線よりコスト以上に上に来た場合のみ，裁定取引の機会がある。一方，各証券はボラティリティ程度の幅を持って価格が変動している。そのため，ボラティリティよりコストが小さければ裁定の機会が訪れやすく，裁定エージェントの売買が増え，ETFと株式の価格の乖離が小さくなる。

図6はコスト  $c$  ごとのETFと株式1の市場非効率性である。市場の効率性を測定する指標として，市場非効率性  $M_{ie}$ ，

$$M_{ie} = \frac{1}{t_e} \sum_{t=1}^{t_e} \frac{|P^t - P_f|}{P_f} \quad (5)$$

を定義した<sup>9</sup>。ここで  $||$  は絶対値を示す。  $M_{ie}$  は0以上の値をとり，0なら完全に効率的，大きくなればなるほど非効率であることを示す。

コストが減少するとETFのみ市場が効率になっている。やはり，コストが0.1%付近を閾値に急激に変化している。株式1は非効率になったりはしていない。株式1の効率性を犠牲にしてETFを効率的にしているわけではないことが分かる。

図7はETFと株式1の板の厚さ(待機している注文量)を示している。板の厚さは最も高い買い注文価格と最も安い売り注文価格の平均から  $\pm 0.1\%$  の範囲にある注文株数の合計の全時間での平均である。ETFはコストが下がると板が厚くなっており，特にコスト0.1%付近で大きく変化している。株式1は逆の傾向となっている。図8はノーマルエージェントも含めた全売買株数である。ETF，株式1ともに

<sup>9</sup> 市場の効率性を示す指標は多く提案されている(伊藤幹夫(2007); Verheyden et al. (2013))が，本研究で用いる市場非効率性は，通常は観測できないファンダメンタル価格  $P_f$  を直接使用しており，人工市場シミュレーションでしか用いることができない定義である。人工市場シミュレーションでは  $P_f$  が明確であるため，推定ではない理想的な市場の効率性を測定できる市場非効率性の使用が可能である。

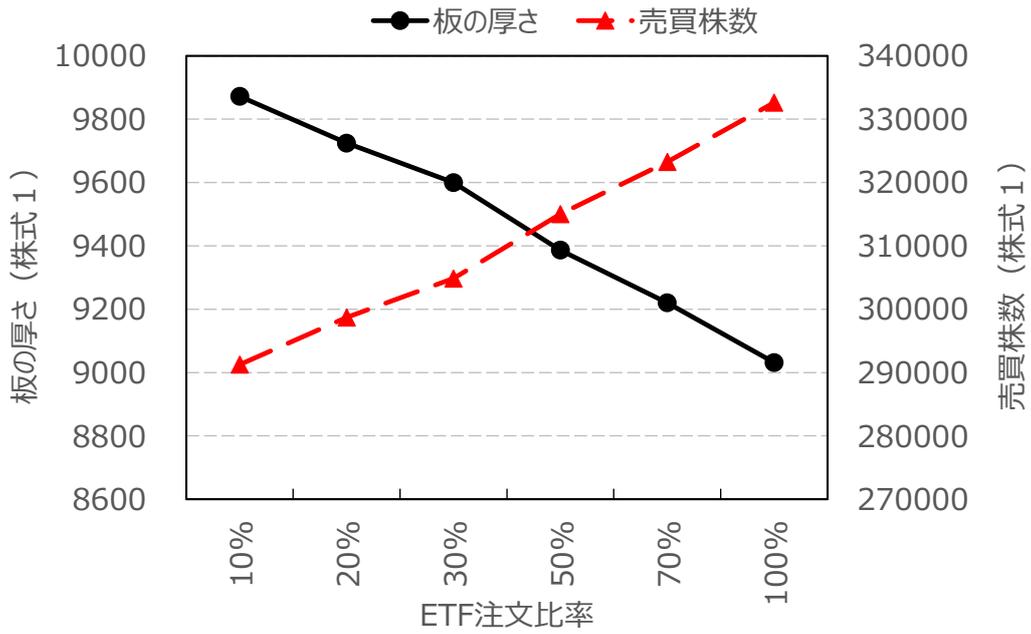


図9 ETF 注文比率  $k$  ごとの株式1の板の厚さおよび売買株数 (コスト  $c = 0$ )

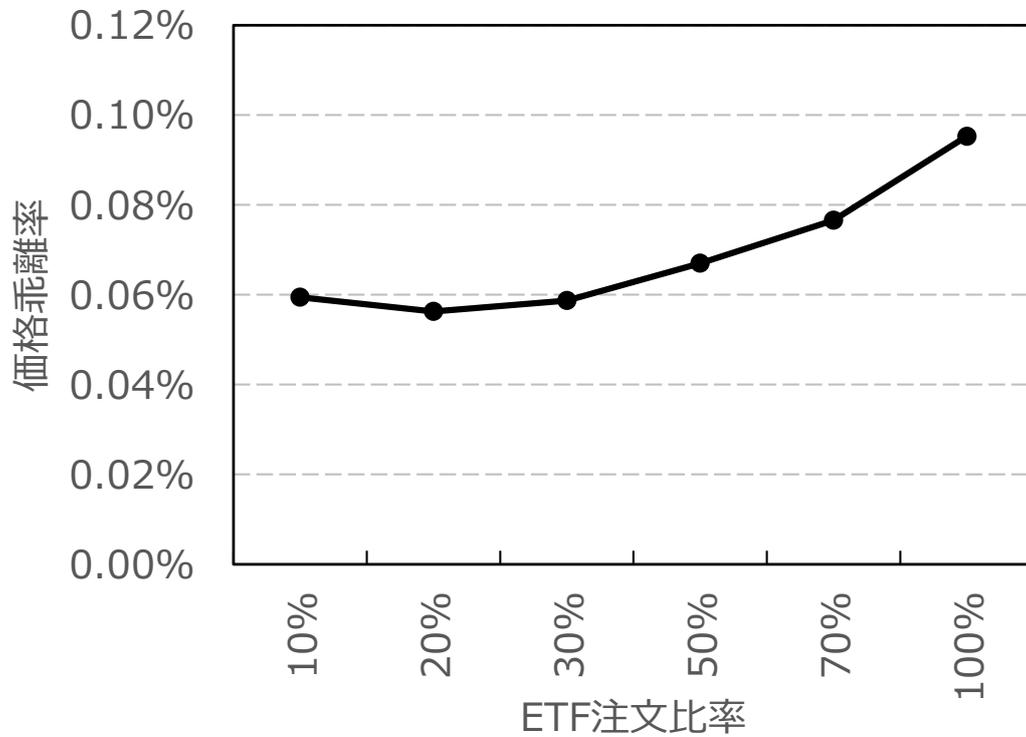


図10 ETF 注文比率  $k$  ごとの価格乖離率 (コスト  $c = 0$ )

コストが低くなると売買が増えている。コストの減少により株式1の板の厚さが減少し売買が増えていることは、株式1の待機注文が裁定取引と対当していると考えれば整合的である。

ただし実際には、売買の量が増えればより多くの量を注文する市場参加者もいる。この効果を取り入れれば株式においてもコストが下がると注文量が増え、板の厚さも厚くなる可能性もあり、今後の課題である。

ここまではETF注文比率である $k$ を $k = 0.1$ に固定していた。以下では、コスト $c = 0$ に固定し、ETF注文比率 $k$ をさまざまに変化させたときの各指標をみてる。

図9はETF注文比率 $k$ ごとの株式1の板の厚さおよび売買株数である。ETF注文比率が上昇すると、株式1の板の厚さは減少し、売買株数は増加している。ETFへの注文量が増えるにつれて、裁定機会がより多く発生し株式1の待機注文がより多く裁定取引と対当していると考えられる。図10はETF注文比率 $k$ ごとの価格乖離率である。ETF注文比率が上昇、つまりETFへの注文量が増えるほど価格乖離率が上昇している。ETF注文比率 $k$ の上昇によってより多くの裁定取引が行われるようになっても、価格乖離率は $k$ が低いときほどには改善していないことが分かる。

これは、ETFへの注文量が株式のそれに近づいて来ると、本研究で仮定したような裁定取引では、両者の価格の乖離を小さくするのは難しくなり、別の方法が必要となることを示唆していると考えられる。

## 4 まとめと今後の課題

本研究では水田他(2013)の人工市場モデルをベースに、2つの株式とそれら合計と同じ価値のある1つのETFという3つの証券に拡張(図1)し、これらの証券間の裁定取引を行うエージェントを実装したモデルを構築した。そして、株式とETFの裁定取引にかかるコストによって流動性がどのように変化するかを調べた。

その結果、ボラティリティよりコストが小さければ裁定の機会が訪れやすく、裁定エージェントの売買が増え、ETFと株式の価格の乖離が小さくなることが分かった。また板の厚さを見ると、ETFはコストが下がると板が厚くなっており、株式は逆の傾向となることが分かった。また、ETF、株式ともにコストが低くなると売買が増えていることも示した。コストの減少により株式の板の厚さが減少し売買が増えていることは、株式の待機注文が裁定取引と対当していると考えれば整合的である。

ただし実際には、売買の量が増えればより多くの量を注文する市場参加者もいる。この効果を取り入れれば株式においてもコストが下がると注文量が増え、板の厚さも厚くなる可能性もあり、今後の課題である。

また、ETFへの注文量が増えた場合も調べた。ETFへの注文量が増えると、より多くの裁定取引が行われるようになるが、価格乖離率はETFへの注文量が少ないときほど改善しないことが分かった。

これは、ETFへの注文量が株式のそれに近づいて来ると、本研究で仮定したような裁定取引では、両者の価格の乖離を小さくするのは難しくなり、別の方法が必要となることを示唆していると考えられる。

表1 裁定エージェントがない場合の株式1の各種統計量

	約定率	32.3%
取引	キャンセル率	26.1%
	注文件数 / 1日	6467
標準	1 期間	0.0512%
偏差	1日 ( $\Delta T = 20000$ )	0.562%
	尖度	1.42
	ラグ	
	1	0.225
二乗リターンの	2	0.138
	自己相関係数	0.106
	4	0.087
	5	0.075

## 付録

### モデル構築の基本理念

人工市場シミュレーションを用いれば、まだ導入したことがない手数料体系を調べたり、その変更の純粋な効果やメカニズムを議論したりできる。これが人工市場シミュレーション研究の強みである。そして、多くの人工市場シミュレーション研究がこれまでにない環境が与える影響や、規制・制度の変更を分析してきた<sup>\*10</sup>。

ただその効果は確実な予想ではない。さまざまなケースでのシミュレーションを行い、これまで予想されていなかった、“あり得る”メカニズムでの現象を見つけておくことが、人工市場シミュレーションの大きな役割となる。金融市場でこれから実際におこる現象を定量的にも忠実に再現することが目的ではなく、環境の変化が、どのようなメカニズムで価格形成に影響を与え、どのようなことが起こり得るのかという知識獲得が目的である。これは例えば実証分析など他の手法ではできないことである。

人工市場モデルは普遍的に存在するマクロ現象を再現すべきであると考えられる。人工市場シミュレーションでは、マクロ現象である市場価格のリターンや売買数量をモデル化しない。あくまで、投資家を模した“エージェント”と取引所を模した“価格決定メカニズム”といったマイクロメカニズムをモデル化し、そのマイクロメカニズムの相互作用の積み上げとしてマクロ現象が出力される。そのため、マイクロメカニズムのモデル化は現実の市場に即したものとし、結果として出力されるマクロ現象は、現実の市場で普遍的に存在するマクロ的性質を再現されるように作る必要がある。

しかし、普遍的ではなく特定の時期や資産、地域で出現するマクロ的性質すべてを再現することは本

<sup>\*10</sup> 優れたレビューとして、LeBaron (2006); Chen et al. (2012); 水田 (2014); Mizuta (2016); Todd et al. (2016); 和泉他 (2017a); 和泉 (2017b)。

研究の目的ではない。必要以上に多くのマクロ的性質を一つのモデルで再現しようとする、過剰に複雑なモデルをもたらす、関連する要素が多くなりすぎて、発生メカニズムの理解を妨げてしまう。

実際、複雑な人工市場モデルに対して、モデルが複雑になるとパラメータが増えモデルの評価が困難になるという批判がある (Chen et al. (2012))。モデルが複雑すぎると関連する要素が多くなりすぎて、発生メカニズムの理解を妨げてしまう。また、パラメータが増えるほどさまざまな出力がだせるようになり、モデルを作った人が導きたい結果へ恣意的に導くためのパラメータ設定が行われる恐れがある。シンプルでパラメータが少ないモデルほど、パラメータ調整によって特定の結果に導くことが困難であるため評価が容易となる。

以上により、本研究では、分析目的を果たせる範囲内なるべくシンプルなモデルの構築を行っている。実際の市場を完全に再現することを目的としておらず、普遍的ではなく特定の時期や資産、地域で出現するマクロ的性質すべてを再現することや、実際には存在するであろう投資家をすべて網羅することはあえて行っていない。

Weisberg (2012) が述べているように、よいシミュレーションモデルとはその研究目的によって異なる。そのため、本研究のモデルは本研究の目的にのみおいてよいモデルであり、他の研究目的においてはよいモデルではない。また Weisberg (2012) が述べているように、数理モデルと異なり、シミュレーションモデルは投資家などのミクロの行動やその行動の理由と、市場価格などのマクロ現象との相互作用のメカニズムの解明ができることが強みである。数理モデルが強みとするマクロ現象の特徴分析や予測といったことは本研究の目的とせず、メカニズムの解明に焦点をあてている。

## モデルの妥当性

人工市場モデルの妥当性は実証分析で得られている fat-tail や volatility-clustering といった代表的な stylized fact が再現できるかどうかで評価される (LeBaron (2006); Chen et al. (2012); 水田 (2014); Mizuta (2016))。ファット・テールは、市場価格のリターンの分布が正規分布ではなく裾が厚い、すなわち、尖度が正であることである。ボラティリティ・クラスタリングは市場価格のリターンの 2 乗が、大きなラグでも自己相関係数が有意に正であることである。

Sewell (2011) など多くの研究で述べられているように、金融市場は不安定であり、安定的に、どのような時期にも有意に観測されるスタイライズド・ファクトはファット・テールとボラティリティ・クラスタリングの 2 つしかない。

しかも、これらは統計量の有意に正であることだけが安定して観測され、値そのものは、時期によって異なる。ファット・テールについては、実証分析でよく観測されるリターンの分布の尖度は 1 ~ 100 程度であり、ボラティリティ・クラスタリングについては、実証分析でよく観測されるリターンの自己相関は 0 ~ 0.2 程度と、かなりばらつきがある (Sewell (2011))。

本研究のように、金融市場に共通する性質を分析対象とする人工市場が再現すべきは、これらの統計量が有意に正であり、問題ない範囲に値が収まっていることであって、特定の値に近づけることは本質的ではない。

表 1 は、裁定エージェントがいない場合の株式 1 の毎期のリターン  $\log(P^t/P^{t-1})$  の標準偏差と尖度、リターンの 2 乗の自己相関である。リターンの尖度がプラスで、ファット・テールが再現されている。

また、リターンの2乗の自己相関もプラスで、ボラティリティ・クラスタリングが再現されていると考えられる。

## 参考文献

- Battiston, S., Farmer, J. D., Flache, A., Garlaschelli, D., Haldane, A. G., Heesterbeek, H., Hommes, C., Jaeger, C., May, R., Scheffer, M. 2016. Complexity theory and financial regulation. *Science*, 351 (6275), 818–819.  
<http://science.sciencemag.org/content/351/6275/818>.
- Chen, S.-H., Chang, C.-L., Du, Y.-R. 2012. Agent-based economic models and econometrics. *Knowledge Engineering Review*, 27 (2), 187–219.  
<http://dx.doi.org/10.1017/S0269888912000136>.
- Chiarella, C., Iori, G. 2002. A simulation analysis of the microstructure of double auction markets. *Quantitative Finance*, 2 (5), 346–353.  
<https://doi.org/10.1088/1469-7688/2/5/303>.
- Farmer, J. D., Foley, D. 2009. The economy needs agent-based modelling. *Nature*, 460 (7256), 685–686.  
<https://www.nature.com/articles/460685a>.
- 伊藤幹夫 2007. 「効率的市場仮説をめぐる論争はなぜ決着しないのか」, 『三田学会雑誌 (慶應義塾大学)』, 100 (3), 229.  
[http://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara\\_id=AN00234610-20071001-0211](http://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20071001-0211).
- 和泉潔・川久保佐記・米納弘渡 2017a. 「第5章強靱な金融システム」, 古田一雄 (編) 『レジリエンス工学入門』, 日科技連出版社.  
<http://www.juse-p.co.jp/cgi-bin/html.pl5?i=ISBN978-4-8171-9624-8>.
- 和泉潔 2017b. 「第6章可能世界ブラウザとしてのエージェントシミュレーション」, 『マルチエージェントのためのデータ解析 (マルチエージェントシリーズ)』, コロナ社.  
<http://www.coronasha.co.jp/np/isbn/9784339028126/>.
- LeBaron, B. 2006. Agent-based computational finance. *Handbook of computational economics*, 2, 1187–1233.  
[http://dx.doi.org/10.1016/S1574-0021\(05\)02024-1](http://dx.doi.org/10.1016/S1574-0021(05)02024-1).
- 水田孝信・早川聡・和泉潔・吉村忍 2013. 「人工市場シミュレーションを用いた取引市場間におけるティックサイズと取引量の関係性分析」, 『JPX ワーキング・ペーパー』 (2), 日本取引所グループ.  
<https://www.jpx.co.jp/corporate/research-study/working-paper/index.html>.
- 水田孝信 2014. 「人工市場シミュレーションを用いた金融市場の規制・制度の分析」, 『博士論文, 東京大大学院工学系研究科』.  
<http://hdl.handle.net/2261/59875>.
- 2018. 「なぜ株式市場は存在するのか?」, 『スパークス・アセット・マネジメント』.  
<https://www.sparx.co.jp/report/special/2174.html>.
- Mizuta, T. 2016. A brief review of recent artificial market simulation (agent-based model) studies

- for financial market regulations and/or rules. SSRN Working Paper Series.  
<http://ssrn.com/abstract=2710495>.
- Sewell, M. 2011. Characterization of financial time series. Research Note, University College London, Department of Computer Science (RN/11/01).  
<http://finance.martinsewell.com/stylized-facts/>.
- Todd, A., Beling, P., Scherer, W., Yang, S. Y. 2016. Agent-based financial markets: A review of the methodology and domain. In Computational Intelligence for Financial Engineering Economics (CIFEr), 2016 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence on.  
<https://doi.org/10.1109/SSCI.2016.7850016>.
- Torii, T., Izumi, K., Yamada, K. 2015. Shock transfer by arbitrage trading: analysis using multi-asset artificial market. *Evolutionary and Institutional Economics Review*, 12 (2), 395–412.  
<https://doi.org/10.1007/s40844-015-0024-z>.
- 東証 2015. 『東証公式 株式サポーター 株式取引編』, 東京証券取引所.  
<https://www.jpx.co.jp/learning/tour/books-brochures/detail/08.html>.
- 東証マネ部！ 2017. 「ETF が買いやすくなる「マーケットメイク」とは？」, 『東証マネ部！』.  
<https://money-bu-jpx.com/news/article006961/>.
- Verheyden, T., De Moor, L., Van den Bossche, F. 2013. A tale of market efficiency. *Review of Business and Economic Literature*, 58 (2), 140–158.  
<https://ssrn.com/abstract=2382793>.
- Weisberg, M. 2012. *Simulation and Similarity: Using Models to Understand the World*. Oxford Studies in the Philosophy of Science. (邦訳: 松王政浩: 科学とモデル-シミュレーションの哲学 入門-, 名古屋大学出版会 (2017))  
<http://www.unp.or.jp/ISBN/ISBN978-4-8158-0872-3.html>.
- Xu, H.-C., Zhang, W., Xiong, X., Zhou, W.-X. 2014. 「An agent-based computational model for China's stock market and stock index futures market」, *Mathematical Problems in Engineering*, 2014.  
<http://dx.doi.org/10.1155/2014/563912>.