

株価指数先物取引の理論モデルに基づく価格付け分析

高千穂大学商学部

柴田 舞

1. はじめに

先物取引は長い歴史を持つ。江戸時代に大阪の堂島で行われていた米の先物取引が、世界の先物取引の先駆けとして知られている。その後に様々な原資産に対する先物取引が行われてきたが、中でも株価指数先物取引は金融の世界をリードする重要なものである。日本を代表する日経 225 先物取引はシンガポール取引所では 1986 年 9 月に、大阪取引所では 1988 年 9 月に、シカゴ・マーカンタイル取引所では 1990 年 9 月に取引が始められてから、現在に至るまで 30 年以上の年月が経過した。ここで学術的な議論を中心に、改めて株価指数先物取引の議論を見直す機会としたい。

先物取引は原資産を将来の特定期日に現時点で取り決めた価格で売買する取引である。それゆえ原資産（株価指数先物に対する株価指数）とは異なる取引目的があり、主として次の 3 つがある。(1) 価格発見機能、(2) リスク転嫁、(3) ポートフォリオの保険としての役割である。関連する学術研究として、原資産と先物のリスクヘッジ比率の推定方法の考案等が繰り返り広げられた。

他方、先物取引は現物価格変動を大きくした、あるいは反対に落ち着かせたとする指摘も学術研究の中で繰り返り広げられた。先物取引導入の是非に関する議論や、両市場へ流入する情報量の分析が関連するものである (Bei et al. 2014)。

学術面から先物取引を分析する際に基礎となるモデルとして **The Cost of Carry** モデルが広く知られている。先物取引は原資産の取引との関係があり成立する契約であるため、ファイナンスで広く使われる将来価値の計算、および無裁定条件等を基礎として成立するモデルである。

本稿では基本的に立ち返り **The Cost of Carry** モデルを確認し、モデルに関連する学術研究の議論を振り返りつつ、実証分析を行う。本稿の構成は次の通りである。2 節では **The Cost of Carry** モデルを説明し、3 節では実証分析を行う。最後の 4 節ではまとめを述べつつ、残された課題を確認する。

2. The Cost of Carry モデル

先物取引価格の代表的なモデルは **The Cost of Carry** モデルである（以下 **COC** モデルと略す）。株価指数先物取引について、時点 t における理論価格 (FP_t と表す) は次式で与えられる。

$$FP_t = S_t \exp^{(r-d)\tau} \quad (1)$$

ただし、 S_t は時点 t における現物価格であり、本分析では日経平均株価が該当する。 r はリスクフリーレート、 d は配当利回り、 τ は t 期から先物取引の満期日までの日数の年に対する比である (久保田 2001、MacKinlay and Ramaswamy 1988、Stoll and Whaley 1990 参照)。

COC モデルは将来価値の計算に基づいている。現物価格と同額を先物取引の満期日まで運用すると仮定した将来価値から、先物取引では受け取ることがない配当額の将来価値を差し引いた値に、先物理論価格が等しいとする考えによって成立している。

COC モデルは無裁定条件から導出される。すなわち、もしも (1) 式の関係が成立しなければ、裁定取引によって価格が調整され、結果として (1) 式は成立すると考えるのである。例えば、先物取引の市場価格 (F_t) が (1) の理論価格 (FP_t) よりも高ければ、市場で先物を売り、一方で理論価格の右辺と同様に作成されたポートフォリオを買うことで、裁定による利益を得ることができると考えられる。反対に (F_t) が理論価格 (FP_t) より低ければ、前述とは反対の裁定行動の機会がある。いずれにしても (1) 式から乖離があれば裁定取引で価格調整が行われるので、結果として乖離は存在しないと考える。

この考え方は、裁定取引が行われることや、税金や取引コストが存在しないことなどが前提とされる。Cornell and French (1983) によれば、COC モデルは次の仮定の下で成り立つ。税や取引コストが存在せず、空売り規制がなく、完全に分割可能である。リスクフリーレートは借入と貸出のどちらも同等でコンスタントである。さらに配当は連続的に一定の価格が支払われるとされる。

これらの仮定の理由もあり COC モデルに基づく理論価格はミスマイニングを起こすことが指摘されている。MacKinlay and Ramaswamy (1988) は日中取引データの分析でミスマイニングを示している。Cornell and French (1983) は標準的モデルに課税の影響が含まれていないことにより乖離が存在すると指摘した。

本稿では、(1) 式に基づいた理論価格と市場価格を比較し、これらの乖離を実証する。

3. 実証分析

本節は、日経平均株価と日経 225 先物取引について、COC モデルに基づいた理論価格と市場価格の乖離に関する実証分析を行う。まずはデータの説明である。分析対象期間は 2014 年 1 月 6 日から 2019 年 12 月 30 日までとした。取引日数は 1466 である。なお新型コロナウイルス感染症パンデミック以前に分析期間を限定することで、経済の混乱を含まない期間とした。日経 225 先物価格は大阪取引所の日次終値を利用した。日経平均株価は日本経済新聞社が算出と公表をしている。これらのデータは日経 NEEDS から取得した。先物取引は同時に 19 の限月の取引が行われている中から、分析対象は限月が最も近い期近物とした。ただし、限月には次の限月の取引へ切り替えた。例えば 3 月初めから 6 月限の価格を使用している。図 1 は日経 225 先物日次終値である。

ここで株価リターンの分布を確認しておく。第 t 期の日経平均株価日次終値 (S_t) から次式に基づいて第 t 期のリターンを計算する。

$$R_{S,t} = 100 \times [\ln(S_t) - \ln(S_{t-1})]$$

ただし、 $t = 1, 2, \dots, T$ であり、 T はサンプルサイズを表す。本分析では $T=1465$ である。同様の式を用いて日経 225 先物日次終値 (F_t) によって、先物価格リターン ($R_{F,t}$) を計算する。

現物と先物それぞれのリターンの基本統計量を表 1 にまとめた。日経平均株価と日経 225

先物の日次リターンは、平均はどちらも同じ値で 0.027% である。標準偏差は先物の方が大きく 1.291 である。MacKinlay and Ramaswamy (1988) は、日中価格データの分析ではあるが、本研究結果と同様に先物価格の標準偏差の方が高い値を示し、現物に観測される日中の自己相関を調整すると、その差が減少することを示している。なお、日経 225 先物を使用した Brenner, Subramanyam and Uno (1990) は反対に現物の方が高い標準偏差を示しており、本稿の結果とは異なるが、本稿とは分析時期の違いに原因があると考えられる。

図 1 日経 225 先物取引市場価格



注 図 1 は日経 225 先物日次終値である。2014 年 1 月 6 日から 2019 年 12 月 30 日まで、縦軸は円、横軸は年月日を表す。

表 1 現物・先物リターン (%) 基本統計量

	平均	標準偏差	最大値	最小値
R_S	0.027	1.234	7.426	-8.253
R_F	0.027	1.291	7.420	-7.845

COC モデルを実証分析に活用するには r と d のデータが必要とされる。 r は日経 225 先物取引を分析した Brenner, Subramanyam and Uno (1990) を参考に東京レポ・レートの 3 か月物を用いた¹。本レートは日本証券業協会が公表主体であり、債券現先及び現金担保付債券貸借の両方を一体的に対象とされている (日本証券業協会 HP および加藤 2022 参照)。2014 年初から 2019 年末の期間において最小値は -0.217%、最大値は 0.097% と、ゼロ付近の値であり、かつマイナス値を記録している。なお、初めてマイナス値が記録された 2016 年 2 月 1 日以降の分析期間はマイナス値であった²。なお COC モデルで基礎としている将来価値の計算

¹ データ取得元の日本証券業協会の URL は次の通りである。

<https://www.jsda.or.jp/shiryoshitsu/toukei/trr/index.html>。

なお、2012 年 10 月 26 日までは日本銀行が、2012 年 10 月 29 日以降は日本証券業協会が公表主体である。

² 政府・日本銀行によるゼロ金利政策は 1999 年に開始された。その後、量的緩和政策を経て、

でマイナス金利を扱うことは違和感が否めなく、別の考え方として金利の下限をゼロとする方法もある。しかし COC モデルは理論的に成立しているため、本分析ではマイナス金利データを使用した。最後に、配当利回りは日経新聞公表の値を用いた。

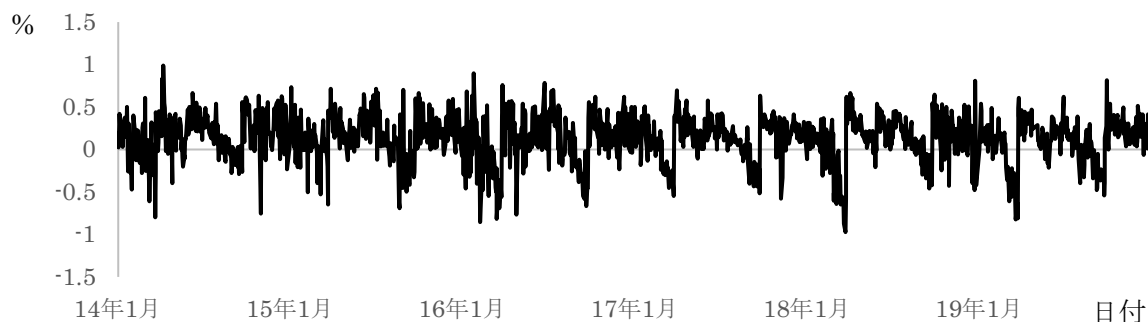
(1) 式で得られた先物理論価格と、大阪取引所の取引による日経 225 先物日次終値の乖離を、原資産である日経平均株価に対して次式で評価した。

$$\frac{(\text{先物日次終値} - \text{先物理論価格})}{\text{日経平均株価}} \times 100 \quad (2)$$

結果は図 2 に示した。価格差は原資産の日次終値に対して±1%の範囲に収まっている。この値は決して大きなものではない。参考として Brenner, Subramanyam and Uno(1990) の報告と比較としても同程度である。

(2) で求められた乖離の平均は 0.135% である。この値はプラスであり、理論価格は市場価格より低いことが示される。MacKinlay and Ramaswamy (1988) による実証結果と一致し、理論価格には取引コスト等が含まれていないことによる乖離があるとする指摘と一致した結果である。なお、この系列の標準偏差は 0.271 である。平均がゼロであることを帰無仮説とする t 検定では検定統計量の値が 19.085 であり、帰無仮説は棄却されることを補足しておく。

図 2 現物・先物価格乖離



注 (2) 式に従い算出した。縦軸の単位は%、横軸は日付である。

4. おわりに

本分析期間において日経 225 先物取引の価格付けは理論価格から大幅に離れることなく行われていた。その意味において市場の機能は果たされていたものと考えられる。改めて COC モデルに基づく分析が一定の役割を持つことが分かったものの、取引コスト等を考慮に入れた精度の高いモデルを活用する必要性が認識された。ところで、株価指数先物取引の価格変動をもたらす要因は、原資産である日経平均株価に関する情報がベースにある。今後は発展

2013 年には量的・質的緩和が開始された。2016 年 1 月に日銀によりマイナス金利政策が導入された。本分析対象期間は、この期間に該当する。

的モデルの可能性を、さらに分析していきたい。

参考文献

1. 加藤出編「東京マネー・マーケット」、(2022)、有斐閣選書。
2. 久保田敬一「よくわかるファイナンス」、(2001)、東洋経済。
3. Bei, X., Y. Yang, L. Li, and B. Mizrach, “Analysis of the Effect of Index Futures on Stock Market with a New Fama-French 3-Factor Model,” *Theoretical Economics Letters*, 4, (2014), 748-759.
4. Brenner, M., M. G. Subramanyam, and J. Uno, “Arbitrage Opportunity in the Japanese Stock and Futures Markets,” *Financial Analysts Journal*, 46, 2, (May-Apr.1990), 14-24.
5. Cornell, B., and K. French, “Taxes and the Pricing of Stock Index Futures,” *Journal of Finance*, 38 (June 1983), 675-694.
6. MacKinlay, A. C., and K. Ramaswamy, 1988. “Index-futures arbitrage and the behavior of stock index futures prices,” *Review of Financial Studies*, (1988), 1, 2, 137–158.
7. Stoll, H. R., and R. E. Whaley, “The Dynamics of Stock Index and Stock Index Futures Returns,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25 (Dec. 1990), 441-468.

本資料に関する著作権は、株式会社大阪取引所にあります。

本資料の一部又は全部を無断で転用、複製することはできません。

本資料の内容は、株式会社大阪取引所の意見・見解を示すものではありません。

本資料は、デリバティブ商品の取引の勧誘を目的としたものではありません。

筆者および株式会社大阪取引所は、本資料に基づく投資あるいは類似の行為により発生した如何なる損失や損害に対して、一切の責任を負うものではありません。