

## 注文不均衡のクロスインパクト\*1

法政大学経営学部 高橋慎

### 1 はじめに

市場参加者の取引行動が金融資産価格に与える影響を推定および予測することは、取引コスト分析 (Frazzini et al., 2018) や流動性評価 (Deuskar & Johnson, 2011) に関わることから、実務家と学術家の双方にとって重要である。ある資産の取引がその資産価格へ与える影響は価格インパクトと呼ばれ、これまで多くの研究が行われてきた。(Hasbrouck, 1991; Lillo et al., 2003; Bouchaud et al., 2009; Hautsch & Huang, 2012; Cont et al., 2014) 日本の先物市場でも、高橋 (2016) は日経 225mini の高頻度データを用いて、Cont et al. (2014) が提案した価格インパクトモデルを推定し、注文不均衡 (買い注文量と売り注文量の差) が価格変化の約 70% を説明することを示した。また、高橋 (2019) は、日経 225 先物および日経 225mini の価格インパクトの日中変動を分析し、2016 年 7 月 19 日に実施されたデリバティブ取引システム J-GATE のリプレースの影響を検証した。

一方、ある資産の取引が他の資産価格に与える影響はクロスインパクトと呼ばれ、ポートフォリオの取引コスト分析に重要な役割を果たす。クロスインパクトに関する研究は、価格インパクトに比べて少ないが、最近では盛んに行われている。Hasbrouck & Seppi (2001) は、ダウ 30 銘柄の価格変化の共通性のほとんどが注文の共通性に起因することを明らかにした。また、Capponi & Cont (2020) は、特定の銘柄の価格変化と他の銘柄の注文不均衡との間の正の共分散は必ずしもクロスインパクトの証拠とにならないことを示し、注文不均衡の共通要因が考慮される限り、クロスインパクトを加味してもモデルのパフォーマンスをわずかに改善するだけであることを実証した。さらに、Tomas et al. (2022) は様々な市場に対してクロスインパクトモデルを選択するための原則的なアプローチを構築し、Cont et al. (2023) は多資産の注文板の深いレベルも考慮に入れて注文不均衡が価格に与える影響を検証した。

本稿では、日経 225 先物および日経 225mini の高頻度データを用いて、2 資産の価格インパクトとクロスインパクトを単純な回帰モデル (Cont et al., 2014, 2023) によって分析する。また、高橋 (2019) で観測された価格インパクトの日中変動を考慮し、1 日を 15 分区間に分けて注文不均衡が価格に与える影響を検証する。

### 2 データ

本稿の分析では、高橋 (2019) で利用した日経 225 先物および日経 225mini の高頻度データを利用する。分析期間は 2016 年 6 月 13 日から 2016 年 8 月 19 日までの 48 日間であり、2016 年 7 月 19 日に実施された J-GATE リプレースの前後 5 週間に対応する。すべての取引日において、2016 年 9 月限月の 8:45-15:15 のデータを用いて、10 秒毎の中値価格の対数リターンを次のように計算した。

$$r_{i,t} = \log P_{i,t} - \log P_{i,t-1}$$

---

\*1 この研究の一部は、科研費 16H03605、19H00588、および法政大学イノベーション・マネジメント研究センター研究プロジェクト「高頻度注文データを用いた市場クオリティの分析」からの助成を受けた。

表1 10秒区間のリターン  $r_{i,t}$ 、注文不均衡  $f_{i,t}$ 、気配更新数  $n_{i,t}$  の要約統計量

	日経 225 先物				日経 225mini			
	平均	標準偏差	最小値	最大値	平均	標準偏差	最小値	最大値
$r_{i,t}$	-0.005	3.581	-371.836	115.643	-0.007	3.040	-364.179	116.712
$f_{i,t}$	-0.001	0.560	-30.278	33.844	-0.007	2.531	-134.709	148.201
$n_{i,t}$	0.109	0.201	0.001	4.319	0.210	0.319	0.002	8.590

リターン  $r_{i,t}$  はベースポイント、注文不均衡  $f_{i,t}$  と気配更新数  $n_{i,t}$  は 1,000 で除した値である

ここで、 $P_{i,t}$  は資産  $i$  の時点  $t$  における最良買い気配と最良売り気配の平均値である。また、各 10 秒区間において注文不均衡  $f_{i,t}$  を計算した。<sup>\*2</sup>

表 1 は、リターン  $r_{i,t}$  と注文不均衡  $f_{i,t}$  の要約統計量である。日経 225 先物と日経 225mini のいずれかで気配更新のない 10 秒区間のデータは削除した結果、観測数は 111,601 個となった。どちらの資産においてもリターンと注文不均衡の平均は 0 に近いが標準偏差は大きく、リターンの最小値は -300 ベースポイントを下回る。<sup>\*3</sup>また、気配更新数は日経 225 先物よりも日経 225mini の方が多く、注文不均衡の変動は日経 225mini の方が大きい。

図 1 は 10 秒区間のリターンと注文不均衡のヒストグラムと散布図および相関係数を表す。日経 225 先物のリターン  $r.N225$  と注文不均衡  $f.N225$  の相関係数は 0.397、日経 225mini のリターン  $r.N225mini$  と注文不均衡  $f.N225mini$  の相関係数は 0.360 でどちらも有意であり、価格インパクトが存在する。また、両資産のリターンの間には高い相関があり、注文不均衡の間にも有意な正の相関がある。さらに、日経 225 先物のリターンと日経 225mini の注文不均衡の相関係数は 0.136、日経 225mini のリターンと日経 225 先物の注文不均衡の相関係数は 0.125 でどちらも有意であり、クロスインパクトの存在が示唆される。

### 3 モデル

本節では、Cont et al. (2023) に従って価格インパクトモデルとクロスインパクトモデルを説明する。以下では、簡単化のため価格インパクトモデルを PI、クロスインパクトモデルを CI と呼ぶ。PI は資産  $i$  のリターン  $r_{i,t}$  と注文不均衡  $f_{i,t}$  の間の関係を次のように記述する。

$$\text{PI: } r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i f_{i,t} + \epsilon_{i,t}$$

ここで、 $\alpha_i$  と  $\beta_i$  は定数項と価格インパクト係数を表す。また、 $\epsilon_{i,t}$  は最良気配以外での注文や他資産の取引行動などの他の要素の影響をまとめた誤差項である。PI は OLS により簡単に推定できるため、15 分や 30 分の区間毎に推定することにより、金融資産市場でよく観測される  $\beta_i$  や  $\epsilon_{i,t}$  の分布の日中変動も捉えることができる。

研究対象を  $N$  個の資産とすると、CI は PI に他資産の注文不均衡  $f_{j,t}$  ( $j = 1, \dots, N$ ) を追加し次のように

<sup>\*2</sup> 詳しい計算方法は Cont et al. (2014) と高橋 (2016) を参照されたい。

<sup>\*3</sup> リターンの最小値は 2016 年 7 月 29 日の 12 時 16 分 30 秒-40 秒の 10 秒区間で起こり、日本銀行が金融政策決定会合で追加の金融緩和を決定したことに対応する。 [https://www.boj.or.jp/mopo/mpmdeci/mpr\\_2016/k160729a.pdf](https://www.boj.or.jp/mopo/mpmdeci/mpr_2016/k160729a.pdf)

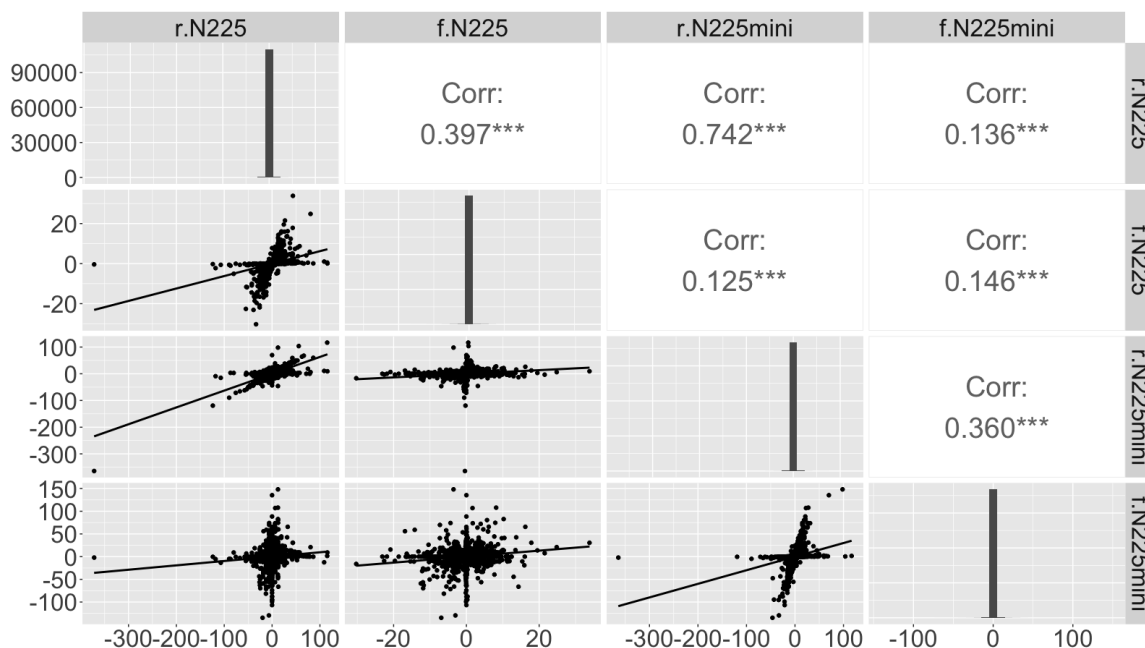


図1 10秒区間のリターンと注文不均衡のヒストグラムと散布図および相関係数

記述される。

$$CI: r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i f_{i,t} + \sum_{j \neq i} \beta_{i,j} f_{j,t} + \eta_{i,t}$$

ここで、 $\beta_{i,j}$  は資産  $j$  の注文不均衡が資産  $i$  の価格に与える影響を表すクロスインパクト係数である。また、 $\eta_{i,t}$  は誤差項である。CI は資産の数  $N$  と比例してパラメータ数が増えるため、15分や30分といった短時間で OLS 推定することが難しくなる。また、異なる資産の間で注文不均衡に高い相関がある場合は多重共線性の問題もある。そこで、Cont et al. (2023) では Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (LASSO) 回帰<sup>\*4</sup>と呼ばれる方法を用いている。しかし、本稿の研究対象は日経 225 先物と日経 225mini の 2 資産であるので、CI についても PI と同様に OLS により推定する。<sup>\*5</sup>

## 4 推定結果

10秒毎のリターンと注文不均衡を用いて 1248 個の各 15 分区分間について PI と CI を OLS 推定した結果が表 2 にまとめられている。日経 225 先物と日経 225mini のどちらについても、PI の推定結果は高橋 (2019) と同様である。日経 225 先物について、CI の価格インパクト係数  $\hat{\beta}_i$  は約 66% の区間で有意<sup>\*6</sup>であるのに対

<sup>\*4</sup> LASSO 回帰は線形回帰モデルの一種で、多数の説明変数のうち予測に寄与しない変数を選択して、モデルの予測性能を改善する手法である。重要な説明変数の係数を大きく、予測に寄与しない説明変数の係数を 0 に近づける傾向があることから、モデルの解釈性が向上し必要な説明変数を選択することができる。詳しくは、例えば Hastie et al. (2009) を参照されたい。

<sup>\*5</sup> クロスインパクト係数の同定について詳しくは、例えば Capponi & Cont (2020) を参照されたい。一定区間で計算されたリターンと注文不均衡から価格インパクトおよびクロスインパクトを推定する場合は同時性の問題 (Deuskar & Johnson, 2011) もあるが、本稿では扱わない。

<sup>\*6</sup> 標準誤差にはラグの長さを 10 とした Newey-West 推定量を用いた。

表2 15分区間のPIとCIのOLS推定値と自由度修正済み決定係数 $\bar{R}_i^2$ の要約統計量

	日経225先物		日経225mini	
	PI	CI	PI	CI
$\hat{\alpha}_i$	-0.0017 (0.1920) [0.0177]	-0.0018 (0.1444) [0.0169]	0.0026 (0.1143) [0.0617]	0.0008 (0.1150) [0.0489]
$\hat{\beta}_i$	30.8206 (19.4145) [0.9623]	22.5803 (20.3814) [0.6589]	5.8305 (5.7232) [0.9832]	4.5924 (5.3129) [0.9431]
$\hat{\beta}_{i,j}$		2.0340 (5.5100) [0.3074]		8.4597 (11.5560) [0.3870]
$\bar{R}_i^2$	0.5216 (0.1714)	0.5505 (0.1607)	0.7242 (0.1562)	0.7525 (0.1233)

( ) 内は標準偏差、[ ] 内は  $t$  値が 2 以上となる割合を表す

してクロスインパクト係数 $\hat{\beta}_{i,j}$ は約31%の区間で有意となっている。また、CIの自由度修正済み決定係数 $\bar{R}_i^2$ はPIよりも大きい。これらの結果から、日経225miniの注文不均衡から日経225先物の価格に有意な影響があることがわかる。一方、日経225miniについては、CIの $\hat{\beta}_i$ と $\hat{\beta}_{i,j}$ が有意である区間の割合はそれぞれ約95%と約39%であり日経225先物よりも高い。また、CIの $\bar{R}_i^2$ はPIよりも大きく、日経225先物と比較してどちらも20%ほど高い。これらの結果から、日経225先物の注文不均衡から日経225miniの価格にも有意な影響があることがわかる。

図2は推定結果の一部を8:45-15:15の各15分区間についてまとめたものである。図の上段はクロスインパクト係数の $t$ 値が2以上となる割合を表し、日経225先物と日経225miniのどちらも第2区間9:00-9:15において最も高い。日経225miniについては、第2区間で75%以上であるのに対して第26区間15:00-15:15で約10%であり、日中変動が顕著である。図の下段はPIとCIの自由度修正済み決定係数の箱ひげ図を表し、どちらの資産も第1区間で高く、第2区間でPIとCIとの差が大きい。ほぼ全ての区間で日経225先物よりも日経225miniの方が決定係数は高いが、日経225miniは第1-2区間でPIの決定係数のレンジ(75%点と25%点の差)が大きく、第26区間では他の区間および日経225先物の同区間よりも顕著に小さい。

## 5 おわりに

本稿では、日経225先物および日経225miniの高頻度データを用いて、ある資産の注文不均衡がその資産および他資産の価格に与える影響を、それぞれ価格インパクトモデル(Cont et al., 2014)とクロスインパクトモデル(Cont et al., 2023)によって推定した。その結果、日経225先物と日経225miniの注文不均衡はどちらも他方の資産価格に有意な影響を与えることが示された。この結果はCont et al. (2023)と整合的である。また、クロスインパクトには顕著な日中変動があり、特に日経225miniについて9:00-9:15に高くなることが確認された。クロスインパクトの日中変動は先行研究ではあまり注目されていないが、市場参加者の取引行動

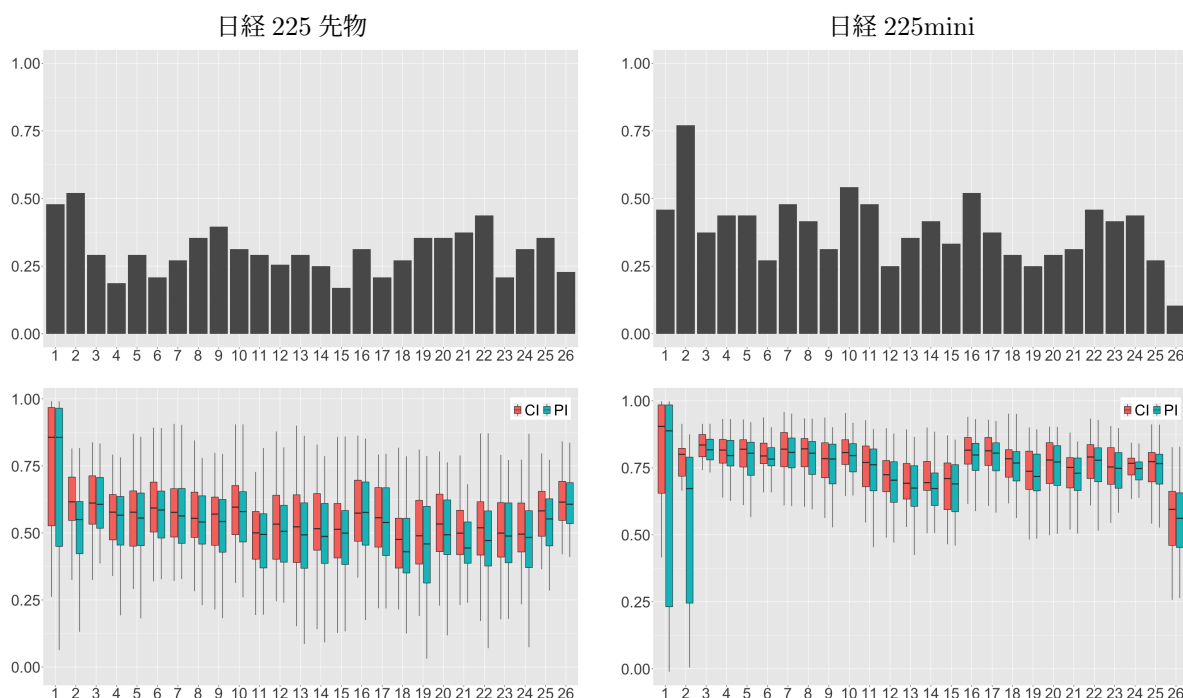


図2 各15分区間のクロスインパクト係数の $t$ 値が2以上となる割合(上段)と自由度修正済み決定係数(下段)

との関連や流動性評価および取引コスト分析への応用が考えられる。

本稿では2資産の最良気配での注文不均衡を用いて分析したが、より多くの資産や最良気配よりも深いレベルの注文不均衡に拡張することは興味深い。Capponi & Cont (2020) は多資産の最良気配での注文不均衡の間に相関があることを考慮し、注文不均衡から主成分分析により抽出した共通因子を用いて分析している。また、Cont et al. (2023) はある資産の最良気配より深いレベルの注文不均衡を用いることにより、その他の資産の最良気配での注文不均衡を用いるよりもリターンの予測精度が向上することを示している。こうした分析については今後の課題としたい。

## 参考文献

- Bouchaud, J.-P., Farmer, J. D., & Lillo, F. (2009), "How Markets Slowly Digest Changes in Supply and Demand," in *Handbook of Financial Markets: Dynamics and Evolution*, ed. by Hens, T. and K. R. Schenk-Hoppé, K. R., chap. 2, 57–160, Elsevier.
- Capponi, F. & Cont, R. (2020), "Multi-asset market impact and order flow commonality," Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3706390>
- Cont, R., Kukanov, A., & Stoikov, S. (2014), "The Price Impact of Order Book Events," *Journal of Financial Econometrics*, 12(1), 47–88.
- Cont, R., Cucuringu, M., & Zhang, C. (2023), "Cross Impact of Order Flow Imbalances: Contemporaneous and Predictive," Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3993561>.
- Deuskar, P. & Johnson, T. C. (2011), "Market Liquidity and Flow-Driven Risk," *Review of Financial*

- Studies*, 24(3), 721–753.
- Frazzini, A., Israel, R., & Moskowitz, T. J. (2018), “Trading Costs,” Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3229719>.
- Hasbrouck, J. (1991), “Measuring the Information Content of Stock Trades,” *Journal of Finance*, 46(1), 179–207.
- Hasbrouck, J. & Seppi, D. J. (2001), “Common factors in prices, order flows, and liquidity,” *Journal of Financial Economics*, 59(3), 383–411.
- Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2009). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*, 2nd ed., Springer Series in Statistics.
- Hautsch, N., Hess, D., & Veredas, D. (2011), “The Impact of Macroeconomic News on Quote Adjustments, Noise, and Informational Volatility,” *Journal of Banking & Finance*, 35(10), 2733–2746.
- Hautsch, N. & Huang, R. (2012), “The Market Impact of A Limit Order,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 36(4), 501–522.
- Lillo, F., Farmer, J. D., & Roomans, M. (2003), “Master curve for price-impact function,” *Nature*, 421(6919), 129–130.
- Pasquariello, P. & Vega, C. (2015), “Strategic cross-trading in the US stock market,” *Review of Finance*, 19(1), 229–282.
- Tomas, M., Mastromatteo, I., & Benzaquen, M. (2022), “How to build a cross-impact model from first principles: theoretical requirements and empirical results,” *Quantitative Finance*, 22(6), 1017–1036.
- 高橋慎 (2016), 「注文フロー不均衡と価格インパクト」, 『先物・オプションレポート』 28(4), 1–5.
- 高橋慎 (2019), 「価格インパクトの日中変動」, 『先物・オプションレポート』 31(10), 1–5.

本資料に関する著作権は、株式会社大阪取引所にあります。

本資料の一部又は全部を無断で転用、複製することはできません。

本資料の内容は、株式会社大阪取引所の意見・見解を示すものではありません。

本資料は、デリバティブ商品の取引の勧誘を目的としたものではありません。

筆者および株式会社大阪取引所は、本資料に基づく投資あるいは類似の行為により発生した如何なる損失や損害に対して、一切の責任を負うものではありません。