日経平均ボラティリティー・インデックスの現物と先物の関係 ―期待仮説による実証分析―

高千穂大学商学部
柴田 舞

1 はじめに

日経平均ボラティリティー・インデックス（以下では「日経 VI」と表す）と、その先物取引である日経平均 VI 先物（以下では「日経 VI 先物」と表す）は、日経平均株価の変動を表す指標として、有用な情報をもたらしている。ボラティリティ・インデックスと呼ばれる指数は世界にいくつかあるが、シカゴ・オプション取引所（略称 CBOE）が 1993 年に VIX（CBOE Volatility Index）を導入したのが始まりであり[1]、それを刷新することで 2003 年に現在の VIX が導入された。VIX は、S&P500 オプション価格を用いることで、ある時点から 30 日までの、S&P500 のボラティリティを表している。日経 VI は同様の考えに基づく指数であり、日経平均株価を対象とした日経 225 オプション価格を用いて算出される、30 日後のボラティリティを表す指数である。

ボラティリティ･インデックスには金融派生商品があり､大阪取引所には日経 VI 先物が上場している。これは、満期日における日経 VI を対象として取引され、差金決済される取引である。

先物取引は金融派生商品の代表格の 1 つである。一般論では、先物価格は、現物の将来価格を知る手段として有用である。仮に株価指数先物取引を考えると、現物価格と先物価格の間にキャリー・コストの関係が成立する。これは、先物価格は、現物価格をその時点まで投資したと想定して計算する将来の値と一致する、と考えるモデルである。すなわち、これら 2 つの価格間には理論的関係が存在するため、その関係を基にするとヘッジ取引等を行うことが可能である。しかし、VI には、この関係が、ない。何故ならば、ボラティリティはそれ自体が将来の変動を表す数値だからである。

一方で、CBOE の VIX に関する研究では、期待仮説に基づいた関係が示されている。利子率の期間構造における関係をボラティリティに応用することで、期待仮説やその拡張モデルで予測力を分析している。そこで本稿では、日経 VI と日経 VI 先物について、期待仮説に基づいた関係を確認する。

本稿の構成は次のとおりである。2 節で日経 VI と日経 VI 先物を概観し、3 節で期待仮説に基づくモデルの実証分析を行い、最後に 4 節で研究をまとめる。

2 日経平均ボラティリティー・インデックスと日経平均 VI 先物の概観

2-1 日経平均ボラティリティー・インデックス

日経 VI は、日経 225 オプション価格から算出された、30 日後における日経平均株価のボラティリティの予測値になるように調整された値である。日経 225 オプション取引は、将来のあらかじめ決められた時点における、日経平均株価を売買する権利の取引であることを確認すると、そこから計算されるボラティリティは、将来時点におけるボラティリティを表すと考えられる。満期日までの日数が近い 2 つ

---

[1] 旧 VIX は VXO と表され、その値は公表され続けている。

の価格から算出したボラティリティに線形補完を行うことで、ちょうど30日後のボラティリティを表すように調整されている。ただし、ブラック・ショールズ・モデルから算出されるインプライド・ボラティリティとは異なり、日経VIはモデルには依存せず、市場での取引価格をベースにして、その変動幅を算出している。なお、日経VIは日本経済新聞社が、2010年11月19日から算出している[2]。

数値の解釈は、日本経済新聞社「よくあるご質問」において、次のとおりに解説されている。「VI が30の場合は、1年後に日経平均がプラスマイナス30%変動する可能性が7割程度（正規分布を仮定した場合の1σ（シグマ）の領域に）あることを意味します。これは1カ月換算でプラスマイナス8.6%の変動を示します。」[3,4]。

2-2　日経VI先物

日経VI先物は、日経VIを原資産とした先物取引であり、2012年2月27日に、大阪取引所（当時の大阪証券取引所）において取引が開始された。限月は直近の連続した 8 限月で、満期日は、各限月の翌月の第2金曜日の 30 日前となる日である。たとえば2018年12月限の満期日は、2018年12月の翌月の第2金曜日が2019年1月11日であり、その30日前となる2018年12月12日である。

3　期待仮説に基づくモデルの実証分析

本節では期待仮説に基づいた分析を行う。もとは金利の期間構造で用いられる仮説であり、簡単に言えば、長期金利は、その期間の短期金利の平均値になるという仮説である。この仮説を株価指数オプションのインプライド・ボラティリティ（IV）に応用した Mixon (2007) は、この仮説に依拠した回帰分析でIVの予測力を検証し、ボラティリティを予測する程度が低いこと、その理由はリスク・プレミアムを調整していないことであると指摘した。Nossman and Wilhelmsson (2009) はVIXについて分析し、リスク・プレミアムで調整すれば期待仮説を棄却しないことを示した。この仮説を応用した Simon and Campasano（2014）は、現物価格と先物価格の差であるベーシスが、翌月の現物あるいは先物の価格差の予測力を有するのか、回帰分析を行ったところ、ベーシスを上昇と下落に分けた場合に、その予測力が高まることを示した。そのうえで、利益を上げる投資行動を提案している。

本稿はこれらの先行研究を踏まえて、複数パターンの回帰分析を行う。まず、ベースとなる分析は次のモデルである。

$$F_{T^n} - VI_{T^n-\tau} = \alpha + \beta_0 (F_{T^n-\tau} - VI_{T^n-\tau}) + e_{T^n} \quad (1)$$

ただし、α、β_0はそれぞれ係数であり、e_{T^n}は誤差項である。$F_{T^n-\tau}$は満期T^nからτ日前の時点における先物価格であり、$VI_{T^n-\tau}$は同時点の日経 VI である。また、F_{T^n}は満期を迎えた先物価格である。右辺は満

[2] ただし、1989年6月12日まで遡及計算がされている。
[3] 日本経済新聞社「よくあるご質問」は次のURLから取得できる。
https://indexes.nikkei.co.jp/nkave/archives/faq/faq_nikkei_225_vi_jp.pdf
[4] $30 \times \sqrt{30/365}$ は、約8.6である。一つ目の30は文中にあるVIの値、ルート内の30はVIが表す30日、365は1年の日数である。

期よりτ日前の現物と先物の価格差であり、左辺はその時点の現物と将来時点の先物の差である。右辺はベーシスと呼ばれる。もしも期待仮説が成立するのであれば、$\alpha = 0,$ かつ$\beta_0 = 1$が成り立つはずである。このモデルは Nossman and Wilhelmsson (2009）、Simon and Campasano (2014)で使われている。

本稿では2015年2月から2018年12月までに満期を迎える47取引を対象としたので、$T^n = 1,2,\cdots 47$である[5]。予測期間τは、5、10、そして 20 営業日の 3 パターンとした[6]。（1）式を最小 2 乗法で推定し、推定値、標準誤差、そして自由度修正済み決定係数を表 1「モデル 1」にまとめた。αの推定値は、5 日では 0.572、10 日では 0.486、そして 20 日では−0.078 であり、それぞれの標準誤差を用いて仮説検定すると、0 であることが棄却されない。次にβ_0を確認すると、推定値はそれぞれ 0.924、0.604、1.071 であり、いずれも 1 であることが統計的に棄却されない。以上より、期待仮説は成立し、日経 VI 先物は日経 VI の予測に役立つと考えられる。

ただし、決定係数がそれぞれ 0.104、0.072、そして 0.225 と低いため、モデルの説明力が低いと言わざるを得ない。CBOE の VIX について実証した Simon and Campasano (2014）も同様に低い決定係数を報告していることから、決定係数が低いことはモデルの問題と考えるのが妥当であろう。そこで、いくつかの拡張モデルの可能性を探る。

拡張の 1 つ目は、（1）式のモデルで、日経 VI と日経 VI 先物の差がプラスとマイナスで分ける方法である。すなわち、

$$F_{T^n} - VI_{T^n-\tau} = \alpha + \beta_0^+ \times (1 - d_{T^n-\tau}) \times (F_{T^n-\tau} - VI_{T^n-\tau}) + \beta_0^- \times d_{T^n-\tau} \times (F_{T^n-\tau} - VI_{T^n-\tau}) + e_{T^n} \quad (2)$$

ただし、$d_{T^n-\tau}$は$(F_{T^n-\tau} - VI_{T^n-\tau})$がマイナスであれば１、そうでなければ0となるダミー変数である。β_0^+とβ_0^-はそれぞれパラメータである。推定結果は表 1「モデル 2」にまとめた。決定係数を確認すると、5 日と 20 日ではモデル 1 の決定係数よりやや上昇するものの大差なく、モデルの改善は見られない。ただし、5 日と 20 日ではβ_0^-が統計的に有意に 0 と異なる一方でβ_0^+は 0 と異ならないという違いが興味深い。β_0^-の推定値がプラスであることを合わせて解釈すると、予測時点において先物価格が現物価格より低いときには、その後の期間に日経 VI の値が下がっていくという平均回帰の傾向が読み取れる。

次の拡張として、ボラティリティ・リスク・プレミアムの調整が考えられ、2 つのモデルを追加して推定する。一つは Mixon (2007）と同様に GARCH モデルで推定されたボラティリティを含めたモデルを推定する。モデルは次の式で与えられる。

$$F_{T^n} - VI_{T^n-\tau} = \alpha + \beta_0 (F_{T^n-\tau} - VI_{T^n-\tau}) + \beta_1 \sigma^2_{T^n-\tau} + e_r \quad (3)$$

$\sigma^2_{T^n-\tau}$はボラティリティであり、日経平均株価リターンに、次数 1 の自己回帰モデルと、その残差に GARCH(1,1)モデルを当てはめて推定し、ボラティリティの推定値をモデルに取り入れた。

推定結果は表 1 の「モデル 3」にまとめた。モデル 1 と比較すると、自由度修正済み決定係数が微減していること、またボラティリティの係数であるβ_1の推定値が統計的に有意ではないことから、モデル

[5] 満期日より 20 日前のデータを使用する都合上、2015 年 1 月限は対象から外した。
[6] なお、日経 VI データは日本経済新聞社のホームページから取得した。また、日経 VI 先物データは大阪取引所のホームページ経由で購入した。

3 を用いる意味はなさそうである。なお、モデル設定が異なるが、Carr and Wu (2006) は実現ボラティリティ（RV）の予測に VIX の 2 乗値と GARCH ボラティリティを用いて実証した結果、GARCH のボラティリティは VIX 以上の情報を含まないので、予測には VIX の 2 乗だけで十分であることを示している。本稿の結果も、同様に解釈できるであろう。

4 つ目のモデルとして、別の方法で推定されたボラティリティを用いることが考えられよう。そこで、(2)式の$\sigma^2_{T^n-\tau}$に、GARCH ではなく、RV を取り入れたケースを推定した。RV は、日経平均株価日次終値リターンから平均を引き、30 日間についてリターンの 2 乗値を足し合わせ、年率に換算した値とした。具体的には、次の式で計算した。

$$RV_{t,t+30} = 100 \times \sqrt{\frac{365}{30}\sum_{j=1}^{30} r_{t+j}^2}, \quad r_{t+j} = \ln\left(p_{t+j}\right) - \ln\left(p_{t+j-1}\right) \tag{4}$$

ただし、p_tは t 日の日経平均株価終値であり、$\mathrm{t} = 1,2,\cdots,\mathrm{T}$ かつ $\mathrm{T} = 981$である。なお、VIX の 2 乗値は、RV のリスク中立的確率測度における条件付き期待値の近似値であることが、モデルに用いる理由となる（Carr and Wu 2006 参照）。

推定結果は表 1 の「モデル 4」にまとめた。いずれの予測期間であっても、モデル 1 から 3 と比較して、モデル 4 の決定係数は飛躍的に高まっている。中でも 20 日予測の決定係数は 0.518 である。RV の係数であるβ_1の推定値は、5、10、20 日のそれぞれのケースで 0.200, 0.223, 0.348 であり、いずれも有意水準を 1%としても統計的に有意である。以上より、日経 VI 先物の予測には RV は有用であると言えよう。

4　まとめ

本稿は期待仮説に基づくモデルの実証分析を行い、日経 VI 先物の予測には、期待仮説に基づくモデルに RV を含めることで有用であると判明した。また、ベーシスがマイナスの場合には日経 VI の予測に役立つことも示された。ただし、いくつか残された研究課題がある。

今回は RV を用いたが、他にも候補はあるであろう。また、モデル全体の推定法も見直す必要があろう。決定係数を比較すると 20 日前が高く、10 日前が低く、5 日前が中程度であるが、この変化と日数の関係について詳細な分析が必要となるであろう。そもそも、今回は決定係数と係数の有意性で比較したが、そのほかに予測誤差や標本外予測力の比較など、複数の観点で比較する必要がある。更なる研究を続けていきたい。

参考文献

1. Carr, P., and Wu, L. (2006) “A Tale of Two Indices,” *Journal of Derivatives*, 13, 3, 13-29.
2. Mixon, S. (2007) “The Implied Volatility Term Structure of Stock Index Options,” *Journal of Empirical Finance*, 14, 333-354.
3. Nossman, M. and Wilhelmsson, A. (2009) “Is the VIX Futures Market Able to Predict the VIX

Index? A Test of the Expectation Hypothesis," *Journal of Alternative Investments,* 12(2), 54-67.

4. Simon, P.D., and Campasano, J., (2014) "The VIX Futures Basis: Evidence and Trading Strategies," *Journal of Derivatives,* 21(3), 54-69.

表 1

5日	α	β_0	β_0^+	β_0^-	β_1	R^2
モデル1	0.572	0.924				0.104
	0.564	0.368				
モデル2	1.254		−1.053	1.260		0.119
	0.757		1.527	0.443		
モデル3	0.186	1.111			0.315	0.090
	0.864	0.486			0.531	
モデル4	−2.970	1.278			0.200	0.314
	1.045	0.335			0.052	
10日	α	β_0	β_0^+	β_0^-	β_1	R^2
モデル1	0.486	0.604				0.072
	0.630	0.283				
モデル2	0.415		0.723	0.578		0.051
	0.851		0.989	0.353		
モデル3	0.482	0.606			0.003	0.051
	0.831	0.351			0.376	
モデル4	−3.369	1.024			0.223	0.230
	1.335	0.289			0.070	
20日	α	β_0	β_0^+	β_0^-	β_1	R^2
モデル1	−0.078	1.071				0.225
	0.702	0.283				
モデル2	1.225		0.169	1.605		0.253
	1.053		0.616	0.428		
モデル3	0.650	0.905			−0.369	0.221
	1.089	0.341			0.421	
モデル4	−6.466	1.671			0.348	0.518
	1.323	0.250			0.065	

注　上段が推定値、下段が不均一分散について修正したホワイトの標準誤差である。R^2 は自由度修正済み決定係数である。5 日、10 日、20 日はそれぞれ、取引最終日より 5，10，20 営業日前からの予測モデルの推定結果であることを示す。