

日経平均ボラティリティ・インデックスのプライシングと ボラティリティ・リスクプレミアム

甲南大学 経済学部 石田 功

1 はじめに

先物・オプションレポート前号(石田 2022)では GARCH 型モデルの下でのボラティリティ指数の理論値計算(価格付け、プライシング)の方法を解説したが、そこでは日経平均ボラティリティ・インデックス(日経平均 VI)データへの適用例としては Hansen et al. (2021) (以下、HHTW)が用いたモデルの単純化されたバージョンを用いた結果のみを紹介した。本稿では、より一般的な下記モデルを適用した実証結果を報告する：

- ・ エクイティ・リスクプレミアムだけでなく純ボラティリティ・ショックに対応する項も含む 2 ファクター指数アフィン型 SDF
- ・ Hansen et al. (2016)の拡張型実現 GARCH モデル

「指数アフィン型 SDF」、「実現 GARCH モデル」等の説明は本稿では紙面の節約のために省略するか簡略なレビューにとどめるので、前号やその引用文献を参照されたい¹。

米国株式市場の指数オプションやその価格から計算される VIX 等のプライシングにおいて、純ボラティリティ・リスクプレミアムも考慮するアプローチがプライシング誤差を低減させることを HHTW 等が報告している。本稿の主要な目的は同様なことが日経平均 VI のプライシングにおいてもいえるかの検証である。

2 日経平均株価変動の実現 GARCH モデルのレビュー

HHTW の S&P 500 株価指数及び VIX に関する実証分析に倣い、日経平均株価の日次対数リターン(%)の時系列 $\{R_t\}$ は以下の実現 GARCH モデル(Hansen and Zhang 2016 による一般化バージョンの 1 つ)に従うと考える：

$$R_t \equiv r + \lambda h_t - \frac{1}{2} h_t + \sqrt{h_t} z_t \quad (1)$$

ここで、 R_t は第 t 日の日経平均株価日次リターン(配当調整を加えた終値ベース)、 h_t は $t-1$ 時点で利用可能な情報で条件付けた R_t の条件付分散、 r はリスクフリー・レート、 λ はエクイティ・リスクプレミアムである。条件付分散 h_t は次式に従い変動する：

$$\ln h_{t+1} = \omega + \beta \ln h_t + \tau_1 z_t + \tau_2 (z_t^2 - 1) + \gamma \sigma u_t, \quad (2)$$

$$\ln x_t = \kappa + \phi \ln h_t + \delta_1 z_t + \delta_2 (z_t^2 - 1) + \sigma u_t \quad (3)$$

ここで、 x_t は第 t 日の日次実現測度、 $(\omega, \beta, \tau_1, \tau_2, \gamma, \sigma, \kappa, \phi, \delta_1, \delta_2)$ はデータから推定するパラメ

¹ 前号では、「2 ファクター指数アフィン型 SDF」、「純ボラティリティ・ショック」(後述の u_t)をそれぞれ単に「指数アフィン型 SDF」、「ボラティリティ・ショック」と呼んだ。

ータ ($|\beta| < 1, \sigma > 0$)である。条件付分散を駆動するリターン・ショック $\{z_t\}$ と純ボラティリティ・ショック $\{u_t\}$ の系列は互いに独立かつそれぞれ*i. i. d.* $\mathcal{N}(0,1)$ とする。2ファクターの指数アフィン型SDFを含む一定の仮定の下でリスク中立確率測度 \mathbb{Q} の下で(1)~(3)はそれぞれ(4)~(6)に変換される：

$$R_t = r - \frac{1}{2}h_t + \sqrt{h_t}z_t^* \quad (4)$$

$$\ln h_{t+1} = \tilde{\omega} + \beta \ln h_t + \tilde{\tau}_1 z_t^* + \tau_2 (z_t^{*2} - 1) + \gamma \sigma u_t^* \quad (5)$$

$$\ln x_t = \tilde{\kappa} + \phi \ln h_t + \tilde{\delta}_1 z_t^* + \delta_2 (z_t^{*2} - 1) + \sigma u_t^* \quad (6)$$

ここで、 x_t は第 t 日の実現測度、 $z_t^* \equiv z_t + \lambda$, $u_t^* \equiv u_t + \xi$ (\mathbb{Q} の下では $\{z_t^*\} \sim i. i. d. \mathcal{N}(0,1)$, $\{u_t^*\} \sim i. i. d. \mathcal{N}(0,1)$ かつ互いに独立)、 $\tilde{\omega} \equiv \omega - \tau_1 \lambda + \tau_2 \lambda^2 - \gamma \sigma \xi$, $\tilde{\tau}_1 \equiv \tau_1 - 2\tau_2 \lambda$, $\tilde{\kappa} \equiv \kappa - \delta_1 \lambda + \delta_2 \lambda^2 - \sigma \xi$, $\tilde{\delta}_1 \equiv \delta_1 - 2\delta_2 \lambda$ である。 ξ は条件付分散変動要因のうちリターン・ショック z_t とは独立の純ボラティリティ・ショック u_t に対応するものであり、 $\gamma = 0$ の場合は $\xi = 0$ となる(実現GARCHモデルは条件付分散がリターン・ショックのみに駆動されるEGARCHモデルの1つのタイプに退縮)。実現GARCHモデルと2ファクター指数アフィン型SDFの組合せから得られる上記(1)~(6)の枠組みの下では、エクイティ・プレミアム λ は日次超過リターン系列のデータのみからでも統計的に推定できる。本稿の実証分析では、 ξ を含むフルモデルの推定は日次リターンと実現測度と共に日経平均VIのデータを用いて行う。

3 モデルが含意するボラティリティ指数値とボラティリティ・リスクプレミアム

各時点のオプション価格から算出する日経平均VIの近似ターゲットである翌30日間の日経平均株価リターンの \mathbb{Q} の下での条件付期待値は、式(1)~(6)の下では、

$$VI_t^{model} = \sqrt{\frac{244}{20} \sum_{k=1}^{20} E_t^{\mathbb{Q}}[h_{t+k}]} = \sqrt{\frac{244}{20} \left\{ h_{t+1} + \sum_{k=2}^{20} \left(\prod_{i=0}^{k-2} F_i \right) h_{t+1}^{\beta^{k-1}} \right\}} \quad (7)$$

となる。ここで、 $F_i \equiv (1 - 2\beta^i \tau_2)^{-1/2} \exp\left(\beta^i (\tilde{\omega} - \tau_2) + \frac{1}{2} \beta^{2i} \left[\frac{\tilde{\tau}_1}{1 - 2\beta^i \tau_2} + \gamma^2 \sigma^2 \right]\right)$ 、 $E_t^{\mathbb{Q}}[\cdot]$ は \mathbb{Q} の下での t 時点の情報での条件付期待値である。月間値の計測及び年率表示化には前号と同様に標本期間の大阪取引所取引日数の月間平均、年間平均を四捨五入した20、244を用いている²。各日の日経平均VIのプライシング誤差は、実現GARCHモデルとSDFが含意する理論値 VI_t^{model} から公表されている日経平均VI値(終値)を引いた値

$$e_t = VI_t^{model} - VI_t \quad (8)$$

² 詳細な結果報告は省略するが、22、252 (米国株式市場の実証研究における標準)と設定すれば、モデル推定にリターン・実現測度と日経VIデータを併用する場合は大差がなかったが、リターン・実現測度データのみを用いる場合はプライシング誤差(後述)が大きくなった(バイアス、MAE、RMSEとも。バイアスは正の方向に)。日経VIデータを併用する推定では、日経VIプライシング誤差2乗和がペナルティとして働くので、翌30日間の取引日数を22に設定することが1ヵ月間のボラティリティ推定に正のバイアスを生む要因になっても、それを打ち消す方向に実現ボラティリティ・モデルのパラメータが歪んで推定される可能性がある。この点の検証や、週末・祝日効果も考慮するボラティリティ・モデルの利用、時点ごとに異なる適切な日数の選定等の検討は今後の課題とする。

となる。

翌1ヵ月間の株価指数リターンの条件付分散の \mathbb{Q} の下での値と現実測度 (\mathbb{P}) の下での値の差として定義される分散リスクプレミアム (もしくは、それぞれの平方根の差であるボラティリティ・リスクプレミアム) が、将来のリターンやマクロ経済変数に関する予測力を持つことが報告され近年注目を集めている³。実測においては、前者にはボラティリティ指数の2乗、後者には過去1ヵ月分の実現分散 (もしくは時系列モデルによる実現分散の予測値) が当てられることが多い。本稿の実証分析では、夜間の扱い等、様々な難題が含まれる実現分散ベースの推定は行わず、次式で定義されるモデル・ベースのボラティリティ・リスクプレミアムのみを計算する：

$$VRP_t^{model} = \sqrt{\frac{244}{20} \sum_{k=1}^{20} E_t^{\mathbb{Q}}[h_{t+k}]} - \sqrt{\frac{244}{20} \sum_{k=1}^{20} E_t^{\mathbb{P}}[h_{t+k}]} \quad (9)$$

ここで、 $E_t^{\mathbb{P}}[\cdot]$ は \mathbb{P} の下での条件付期待値で、第2項は次式により与えられる：

$$\sqrt{\frac{244}{20} \left\{ h_{t+1} + \sum_{k=2}^{20} (\prod_{i=0}^{k-2} G_i) h_{t+1}^{\beta^{k-1}} \right\}}, \quad (10)$$

$$G_i \equiv (1 - 2\beta^i \tau_2)^{-1/2} \exp\left(\beta^i(\omega - \tau_2) + \frac{1}{2}\beta^{2i}\left[\frac{\tau_1}{1-2\beta^i \tau_2} + \gamma^2 \sigma^2\right]\right)$$

となる。

4 ボラティリティ指数の理論価格とパラメータ推定方法

本稿では、日次の日経平均リターン・実現測度・日経VIをフルに用いる実現GARCHモデルと2ファクターSDFの未知パラメータの推定には次の尤度関数 LL による最尤法を用いる：

$$LL = LL_r + LL_x + LL_{VI} \quad (11)$$

$$LL_r = -\frac{T}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\ln h_t + z_t^2) \quad (12)$$

$$LL_x = -\frac{T}{2} (\ln 2\pi + \ln \sigma^2) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \eta_t^2 \quad (13)$$

$$LL_{VI} = -\frac{T}{2} (\ln 2\pi + \ln \sigma_{VI}^2) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \frac{e_t^2}{\sigma_{VI}^2} \quad (14)$$

ここで、 $z_t = \frac{R_t - r}{\sqrt{h_t}} - \lambda + \frac{1}{2}\sqrt{h_t}$ 、 $\eta_t = (\ln x_t - \kappa - \phi \ln h_t - \delta_1 z_t - \delta_2 (z_t^2 - 1))/\sigma$ 、 e_t は式(8)に

より定義したプライシング誤差である。式(14)の背後には $e_t \sim i.i.d. \mathcal{N}(0, \sigma_{VI}^2)$ の仮定があることになるが、これは原資産価格時系列モデルやSDFのパラメータ推定において、派生資産価格のプライシング誤差2乗和最小化と原資産価格時系列データの尤度関数最大化を組み

³ Bollerslev et al. (2009)、Bekaert and Hoerova (2014)参照。日本市場の実証分析としては大屋 (2011,2019a)、Bollerslev et al. (2014)、渡部(2016,2021)、Ubukata and Watanabe (2014)等がある。

わせる際に用いられる標準的な仕組みとなっている (HHTW 参照)。なお、最大化の 1 次条件から σ_{VI}^2 の推定量はプライシング誤差の標本分散となる。用いるデータやモデルの制約に合わせて、 LL ではなく、 $LL_r + LL_x$, $LL_r + LL_{VI}$, LL_r を最大化する尤度関数として用いる。

5 データと実現 GARCH モデル推定結果及び日経平均 VI プライシング誤差の性質

標本期間は石田(2022)と同様に日経平均 VI 終値データが利用可能な 2012 年 2 月 27 日から 2022 年 5 月 31 日とした。日経平均株価と日経平均 VI の日次終値は Nikkei NEEDS Financial Quest より得た。配当利回り年 2%とし日次換算した値を日経平均日次終値対数差分に加えたものを日経平均リターンとして用い、リスクフリー・レートは 0%とした⁴。実現 GARCH モデル推定のための実現測度としては Realized Library (Oxford-Mann Institute of Quantitative Finance 2022)に収録されている実現カーネルを採用した⁵。モデルの推定には R の最尤推定パッケージ maxLik (Toomet et al. 2021)の関数 maxLik の BFGS オプションを用いた。

実現 GARCH モデル推定結果は表にまとめた。式(1)~(6)のフルモデル (実現 GARCH モデル+2 ファクターSDF) の推定結果 (式(11) $LL = LL_r + LL_x + LL_{VI}$ のの最大化による) を $RG_2(R, x, VI)$ の列に、比較対象として、 $\xi = 0$ の制約を加えたバージョン (実現 GARCH モデル+1 ファクターSDF) の日経平均リターン・実現測度・日経 VI データによる推定結果 (同じく LL のの最大化による) を $RG(R, x, VI)$ の列に、そのリターン・実現測度データだけによる推定結果 ($LL_r + LL_x$ の最大化による) を $RG(R, x)$ の列に示した。更に $\gamma = 0$ の制約を加えたバージョン (つまり EGARCH モデル⁶) のリターン・日経 VI データによる推定結果 ($LL_r + LL_x$ の最大化による) を $EG(R, VI)$ の列に、そのリターン・データのみによる推定結果 (LL_r の最大化による) を $EG(R)$ の列に示した。

対数条件付分散 $\ln h_t$ の持続性を示す β は 1 に近い推定値が得られたが、日経平均 VI のデ

⁴ 配当調整方法やリスクフリー・レートの選択は式(1)のエクイティ・プレミアム λ の推定に影響を及ぼし得るが、前者についてはいくつかの値を試したところ、結果に大差はなかった。後者については、指標の選択やマイナス金利の扱い方法等、いくつかあり得るが、どれにせよ 0% 近辺の小さな値なので 0% で固定した (日経平均 VI の算出で用いられているのは 2021 年 12 月 13 日より前はユーロ円 LIBOR、同 13 日以降は東京ターム物リスクフリー・レート 1 カ月物。日本経済新聞社 2021 参照)。オプションの理論価格算定等においては満期がオプション期日に近い短期金利を用いて将来のペイオフのリスク中立期待値をリスクフリー・レートで現在価値に割り引くことが多いが、本稿の式(7)のボラティリティ指数のプライシングにおいてはそのステップは明示的には含まれていない。

⁵ 石田(2022)では 2002 年 2 月 4 日からのより長い時系列データを用いて実現 GARCH モデルを推定したが、ここでは ξ の推定に日経平均 VI データを用いるので 2012 年 2 月 27 日~2022 年 5 月 31 日にモデル推定のための標本期間を合わせた。Realized Library には何日か欠損があるが、その場合は直近の値とした。東京証券取引所での現物株取引が行われず日経平均株価が更新されなかった 2020 年 10 月 1 日は標本から除外した。

⁶ 標準的な EGARCH モデルではリターンの条件付分散を駆動するショックは $\tau_1 z_t + \tau_2 (|z_t| - E[|z_t|])$ であるが、ここでは $\tau_1 z_t + \tau_2 (z_t^2 - 1)$ となり、フルモデルとの比較がより容易となる。なお、HHTW が比較対象として用いたのは標準的 EGARCH モデルの方である (この場合、式(7)中の F_i には異なる計算式によるものが適用される)。

表：モデル推定及びプライシング・パフォーマンス評価結果

モデル	RG2 (R, x, VI)	RG (R, x, VI)	RG (R, x)	EG (R, VI)	EG (R)
λ	0.637 (0.021)	0.629 (0.020)	0.634 (0.021)	0.640 (0.020)	0.645 (0.021)
ω	3.89E-4 (1.58E-3)	-6.85E-4 (1.27E-3)	0.009 (0.004)	4.41E-4 (8.02E-4)	0.008 (0.003)
β	0.992 (0.002)	0.992 (0.002)	0.959 (0.008)	0.990 (0.001)	0.971 (0.007)
τ_1	-0.044 (0.003)	-0.043 (0.002)	-0.077 (0.008)	-0.035 (0.002)	-0.062 (0.008)
τ_2	0.025 (0.001)	0.024 (0.001)	0.034 (0.004)	0.029 (0.001)	0.038 (0.004)
γ	0.066 (0.003)	0.066 (0.003)	0.139 (0.012)		
κ	-1.374 (0.041)	-1.339 (0.028)	-1.372 (0.047)		
ϕ	1.406 (0.048)	1.400 (0.048)	1.429 (0.067)		
δ_1	-0.129 (0.016)	-0.125 (0.015)	-0.128 (0.016)		
δ_2	0.146 (0.008)	0.142 (0.007)	0.140 (0.008)		
σ	0.743 (0.011)	0.742 (0.003)	0.729 (0.010)		
ξ	0.120 (0.101)				
対数尤度	-12876.060	-12876.780	-6776.251	-10458.651	-4052.709
バイアス	-1.94E-4	0.007	2.403	0.024	2.355
MAE	2.091	2.090	3.479	2.293	3.506
RMSE	2.697	2.696	4.094	3.101	4.247
VI 観測値と理論 値の相関	0.899	0.899	0.865	0.864	0.825
誤差の自己相関 (1次)	0.873	0.872	0.909	0.900	0.921
誤差の自己相関 (10次)	0.367	0.366	0.594	0.440	0.531
誤差の自己相関 (20次)	0.270	0.269	0.486	0.238	0.376
平均 VRP	3.340	3.703	5.722	3.468	5.549
対数 VRP への第 2項の貢献 (%)	-18.112				

※ 括弧内の数値は標準誤差

ータを同時に用いる推定においてより 1 に近い値となった。その他、レバレッジ効果を捉える τ_1 の推定値が統計的に負に有意である等は HHTW による米国市場 S&P 500・VIX の実証分析と概ね類似した結果となったが、顕著な相違は本稿の日本市場の実証分析では純

ボラティリティ・リスクプレミアムのパラメータ ξ の推定値が統計的に有意ではないものの正となったことである。HHTWでは ξ は有意に負となっている。また、エクイティ・リスクプレミアム λ の推定値はモデルの制約にかかわらず、また、用いたデータにかかわらず、すべての場合に有意に正の似通った値となった。HHTWではEGARCHモデル等で有意に正である λ はフルモデルにおいては1桁小さく、有意に0とは異なる値にまで縮小することを報告しているが、EGARCHモデルに1ファクター指数アフィン型SDFを組み合わせた場合には、VIXの値付けにおける純ボラティリティ・リスクプレミアムのパラメータ ξ の役割を λ が単独で負わされることがその理由である可能性を指摘している。日本市場においては、全標本期間の平均では純ボラティリティ・リスクにプレミアムが付与されておらず、ボラティリティ・リスクのうちエクイティ・リスク由来の部分のみにプレミアムが付与されているように見えるが、新型コロナウイルス禍前の2019年末までに標本期間を限定した場合、 ξ の推定値は有意に正となり、米国市場に関する結果と整合的であった（限定標本期間を用いたモデル推定や後述のプライシング・パフォーマンス検証結果の詳細報告は省略する。なお、HHTWの標本期間は2018年末までで、新型コロナウイルス禍発生以降の期間は含まれない）。

次に日経VIのプライシング・パフォーマンスを見ていく。リターンや実現測度データのみからボラティリティ・モデルのパラメータを推定し、日経VIのモデル含意値を計算する場合、バイアス（ e_t の平均）は2（年率2%）を超えている（つまり、時系列モデルは日経VIを平均的に過大推定）が、日経VIを加えて推定した場合、バイアスは0（不偏）近くまで大幅に縮小し、平均絶対誤差MAE及び平均平方二乗誤差RMSEも縮小した。日経VIデータを併用する推定においては、日経VIへのフィットが目的関数に含まれているので改善は当然である。標本外パフォーマンスの検証が必要であるが、これは今後の課題とする。

日経VIデータを用いる推定、用いない推定それぞれにおけるプライシング・パフォーマンス比較では、実現GARCHモデルがEGARCHモデルを上回った。

リターン・実現測度・日経VIを用いた実現GARCH+1ファクターSFD（ $\xi = 0$ 。RG(R, x, VI)）から、同じデータを用いた実現GARCH+2ファクターSFD（RG2(R, x, VI)）への移行によるプライシング・パフォーマンスの改善はなかった。これも、 ξ 推定値が有意に0と異ならず、尤度の改善もないことから予想される通りである。 ξ 推定値が有意に正となる新型コロナ禍以前に限定した標本期間を用いた場合は、2ファクターSFD採用による改善効果が僅かだけ見られた。

日経VI観測値とモデルが含意する理論値の相関も表に示した。利用データやモデルによる違いには上記と同様な傾向が見られた。

式(9)で定義したボラティリティ・リスクプレミアムの推定値の時系列平均（表の「平均VRP」）は、モデル推定に日経平均VIを併用する場合、リターン・実現測度のみしか用いない場合よりも大きな値となった。なお、Q及びPそれぞれの下での対数条件付分散の長期平均（無条件期待値）の差である対数ボラティリティ・リスクプレミアムは、式(1)-(6)の

下では解析的に

$$E^Q[\ln h_t] - E^P[\ln h_t] = \frac{-\tau_1\lambda + \tau_2\lambda^2}{1-\beta} + \frac{-\gamma\sigma\xi}{1-\beta} \quad (15)$$

と求まり、エクイティ・リスクプレミアム λ とリターン・ショックのボラティリティへの伝播を定めるパラメータ τ_1, τ_2 に依存する第1項と、純ボラティリティ・リスクプレミアムのパラメータ ξ と純ボラティリティ・ショックのボラティリティへの影響を定めるパラメータ γ, σ に依存する第2項とに分解されることが分かる (HHTW 参照)。フルモデルのパラメータ推定値を式(15)に代入し、全体に占める第1、2項の比率を求めるとそれぞれ 118.1%、-18.1%となった。HHTW の米国市場に関する推定結果は ξ を含む第2項が 97.8%と、相対的に圧倒的に重要であることを示している。日本市場についても標本期間を新型コロナウイルス禍前の 2019 年末までに限定した場合は、第2項の貢献が 56.2%となった。

6 終わりに

本稿では、前号で紹介した実現 GARCH モデルと 2 ファクター指数アフィン SDF の組み合わせによるボラティリティ指数プライシングの HHTW の方法を日経平均及び日経平均 VI に適用した結果を報告した。米国市場と異なり、純ボラティリティ・リスクへの対価である純ボラティリティ・リスクプレミアムのパラメータ ξ は有意に 0 と異ならず、日経平均 VI 2 ファクター指数アフィン SDF の対 1 ファクター指数アフィン SDF での有効性は確認できなかった。ただし、2019 年末までに標本期間を限定した分析では ξ 推定値が有意に正となる等、新型コロナ禍の期間のボラティリティ・リスクプレミアムの挙動が特殊であった可能性を示唆する結果も得られた。既に渡部 (2021) が新型コロナ禍の期間のボラティリティ (分散) リスクプレミアムの挙動に焦点を当てた実証分析を行っているが、そこで日中高頻度リターン・データから推定される投資家のリスク回避度の推移の分析⁷がボラティリティ・リスクプレミアム現象の解明に役立つ可能性を指摘している。これに、ボラティリティ・リスクプレミアムの純ボラティリティ・リスクプレミアムとそれ以外の要素への分解のアプローチを組み合わせることもまた役立つ可能性がある。

参考文献

- Bekaert, G., Hoerova, M. 2014. The VIX, the variance premium and stock market volatility. *Journal of Econometrics* **183**: 181–192.
- Bollerslev, T., Marrone, J., Xu, L., Zhou, H. 2014. Stock return predictability and variance risk premia: Statistical inference and international evidence. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* **49**: 633–611.
- Bollerslev, T., Tauchen, G., Zhou, H. 2009, Expected stock returns and variance risk premia. *Review of Financial Studies*, **22**: 4463–4492.

⁷ この分析方法については大屋(2017, 2019b)を参照のこと。

- Hansen, P.R., Huang, Z., Tong, C., Wang, T. 2021. Realized GARCH, CBOE VIX, and the volatility risk premium. arXiv:2112.05302v1.
- Hansen, P.R., Huang, Z. 2016. Exponential GARCH modeling with realized measures of volatility. *J. Business & Economic Statistics* **34**: 269-287.
- Oxford-Man Institute. 2022. Realized Library. <https://realized.oxford-man.ox.ac.uk/>. 2022年6月1日アクセス.
- Toomet, O., Henningsen, A., Graves, S., Croissant, Y., Hugh-Jones, D., Scrucca, L. 2021. Package ‘maxLik.’
- Ubukata, M., Watanabe, T. 2014. Market variance risk premiums in Japan as predictor variables and indicators of risk aversion. *Empirical Economics* **47**: 169-198.
- 石田 功. 2022. GARCH型モデルによるボラティリティ指数の価格付け. 大阪取引所『先物・オプションレポート』 **34** (6).
- 大屋幸輔. 2011. ボラティリティの景気予測力 - バリアンス・リスクプレミアムの検証から-. 浅子和美・宮川努・飯塚信夫編『世界同時不況と景気循環分析』第7章, 141-157, 東京大学出版会.
- 大屋幸輔. 2017. ボラティリティ・スプレッド. 大阪取引所『先物・オプションレポート』 **29** (12).
- 大屋幸輔. 2019a. 周波数分解された分散リスク・プレミアムの予測力. 大阪取引所『先物・オプションレポート』 **31** (1).
- 大屋幸輔. 2019b. インプライド・モーメントがもたらす情報: VIXは何を伝えているのか. 宇井貴志・加納隆・原千秋・渡部敏明編『現代経済学の潮流2019』第4章, 99-125, 東洋経済新報社.
- 日本経済新聞社. 2021. 「日経平均ボラティリティ・インデックス」リアルタイム算出要領. https://indexes.nikkei.co.jp/nkave/archives/news/20211124J_2.pdf.
- 渡部敏明. 2016. 日経225 分散リスク・プレミアムの予測力. 大阪取引所『先物・オプションレポート』 **28** (11).
- 渡部敏明. 2021. 新型コロナウイルス禍での日経平均株価のボラティリティと分散リスクプレミアム (2). 大阪取引所『先物・オプションレポート』 **33** (3).

本資料に関する著作権は、株式会社大阪取引所にあります。

本資料の一部又は全部を無断で転用、複製することはできません。

本資料の内容は、株式会社大阪取引所の意見・見解を示すものではありません。

本資料は、デリバティブ商品の取引の勧誘を目的としたものではありません。

筆者および株式会社大阪取引所は、本資料に基づく投資あるいは類似の行為により発生した如何なる損失や損害に対して、一切の責任を負うものではありません。