

2007年度の日経平均先物市場の市場超過需要関数の計測

明海大学 経済学部
准教授 新井啓

1.はじめに

本レポートは日経平均先物契約の市場の超過需要関数の推定とその形状はどのようなものになるのかを明らかにすることを目的としている。ここでは日経平均先物契約の取引を行う経済主体が負の指数型効用関数を持つことを前提として期待効用の最大化により導かれた各証券会社別の日経平均先物契約の超過需要関数の推定を行い、推定された個別証券会社の超過需要関数を集計することによって日経平均先物市場の市場超過需要関数を計測した。なお分析の対象は2007年3月限から2007年12月限である。2007年3月限から2007年12月限までの4限月について限月ごとに個別証券会社の超過需要関数を推定し、個別証券会社の超過需要関数を集計して、各限月ごとに市場超過需要関数を求めた。なお2007年について分析対象を絞ったのは、日経平均が比較的堅調に推移していたために個別の証券会社の安定的な超過需要関数のパラメータを得やすいためである。

経済理論的には個別の経済主体でみた場合にも市場レベルで考えた場合にも超過需要曲線は右下がりになるはずであるが、個別の証券会社レベルで計測すると右上がりの超過需要曲線が推定される場合がある。また無裁定の状態を市場の均衡状態とする金融工学の理論を前提とすると、市場均衡価格から乖離すればすぐに裁定取引が行われるために市場の超過需要曲線は水平になるはずである。筆者のこれまでの研究から個別証券会社のレベルでは超過需要曲線は水平にはなっていないことが明らかとなっている。本レポートでは市場のレベルでみた場合に分析対象期間における日経平均先物市場の市場超過需要曲線の形状はどのようなものになるのかを明らかにした。

2.推定モデル

筆者の過去の本レポートで何度も紹介しているように、ある証券会社の t 時点における日経平均先物のネットのポジションは

$$\sum_{k=1}^H X_{kt} = \beta_0 + \beta_1 p_t$$

と表すことができる。これは先物を取引する取引者の来期の富についての期待効用を最大化するとの仮定から導かれる。なお取引者は日経平均先物しか取引しないという単純化の仮定を行っている。 X_{kt} はその証券会社を通じて日経平均先物の取引を行う第 k 取引者の先

物の建玉である。Hはその証券会社で取引をする取引者の数である。H人の取引者それぞれが保有する日経平均先物の建玉をすべて合計することで証券会社のネットのポジションの数値になる。証券会社のネットのポジションの数値は日本経済新聞で通常は火曜日の朝刊で明らかになる。日本経済新聞で明らかになるのは前の週の金曜日の営業終了後におけるネットのポジションの値である。 p_t はt時点における先物価格である。超過需要関数のパラメータの間に以下の制約が存在する。

$$\beta_0 = -\beta_1 \times \gamma, \quad \beta_1 = -\sum_{k=1}^H \alpha_k, \quad \gamma = \frac{1}{H} \sum_{k=1}^H \bar{p}_{k0}$$

\bar{p}_{k0} は先物発会時点における第k取引者の日経平均予想値の期待値である。 α_k は第k取引者の危険回避度や将来の日経平均株価の予想の分布の特徴に依存する値である。そのため厳密に推定するのであれば、この場合には制約付最小2乗法により測定することになるが、本レポートの目的は市場の超過需要曲線の形状を求めることであるから通常の回帰分析によって各証券会社の超過需要関数の推定を行うことにする。2007年3月限について証券会社別に推定を行った例を次に挙げる。2007年3月限を取引したA社の例を取り上げると、A社の超過需要関数は次のように推定された。

$$\sum_{k=1}^H X_{kt} = 110288 - 7.392p_t$$

(0.014) (0.008)

()内の数値はp値である。決定係数=0.485、ダイービンワトソン比=1.548である。2007年3月限を取引したA社の超過需要関数の推定結果は良好な推定結果であると思われる。しかしネットのポジションのデータは週次でしか入手できないために、標本の大きさは13しかない。そこで標本の大きさをある程度保つために3月限と6月限のデータを足し合わせて推定を行うと、次のような推定結果を得ることができる。

$$\sum_{k=1}^H X_{kt} = 122237 - 7.893p_t$$

(0.007) (0.003)

()内の数値はp値である。決定係数=0.302、ダイービンワトソン比=1.432、標本の大きさ=27である。標本の大きさの問題点はこのようにして解決することができる。1限月のみを用いた場合と比較しても推定されるパラメータの値自体は大きく変わっていない。これを集計すると市場の超過需要関数を得ることができる。

Q_{jt} で第j証券会社のt時点における日経平均先物市場でのネットのポジションを示すことにする。すると

$$Q_{jt} = \sum_{k=1}^H X_{kt}$$

日経平均先物市場に参加している証券会社の数を M で示す。1 番目から M 番目までの証券会社のネットのポジションを合計すると

$$\sum_{j=1}^M Q_{jt} = \sum_{j=1}^M \beta_{j0} + \sum_{j=1}^M \beta_{j1} p_t$$

したがって手続き的には各証券会社の超過需要関数を最初に推定して、次に推定された超過需要関数のパラメータを集計することで市場の超過需要関数を求めることになる。岩田 [1997]、あるいは James Evans/Jeffrey Williams [2007] のように板寄せ法の模索過程データがあれば市場の超過需要関数を直接推定することも可能であるが、日本経済新聞にはそのような細かなデータは掲載されない。したがって我々が観測できるのは日経平均先物市場の均衡状態、すなわち

$$\sum_{j=1}^M Q_{jt} = 0$$

の状態である。直接市場の超過需要関数を推定しようとしても、データとしては常に超過需要が 0 の値しか得られないので、直接的に超過需要関数を推定することはできない。しかしながら個別の証券会社の超過需要関数を推定できれば、直接的には推定できない超過需要関数を推定することが可能になる。

3.推定結果

証券会社別に超過需要関数を推定して、それを足し合わせることで市場の超過需要関数を求めた。2007 年に取引された日経平均先物契約について限月別に市場の超過需要曲線の傾きの逆数 $\sum_{j=1}^M \beta_{j1}$ の推定値を表としてまとめると次のようになった。

表 1: $\sum_{j=1}^M \beta_{j1}$ の推定値

年度	3 月限	6 月限	9 月限	12 月限
2007 年	-1.144	-22.078	4.398	16.534

2007 年 9 月限と 12 月限についてはプラスの値となっており、理論とは逆の値になってしまっている。日経平均株価が堅調に推移した 3 月限、6 月限については理論と整合的なマイナスの値になっている。限月によって $\sum_{j=1}^M \beta_{j1}$ の値は絶対値で見ても大きく異なっていることがわかる。

通常、市場においては 1 枚の注文を買う（売る）ためには直前に成立した価格よりも高

く（低く）しか買え（売れ）ない。 $\sum_{j=1}^M \beta_{j1}$ の数値の別の解釈であるが、2007年3月限については、その逆数を計算してみると $1 \div 1.144 = \text{約 } 0.874$ となり、1枚の注文を買うためには 0.874 円高く買わなければならなかった、あるいは 1枚の注文を売るためには 0.874 円安く売らなければならなかったという解釈になる。そのためプラスの値になっている9月限、12月限については逆に1枚の買い注文を買うために現在の価格よりも低く買える、もし1枚売るのであれば現在の価格よりも高く売れるという解釈になってしまう。

次に、無裁定理論が正しい場合には市場の超過需要曲線は水平になるのであるが、これが日経平均先物市場でそのようになっているのかを推定結果に基づいて考えてみる。

$\sum_{j=1}^M \beta_{j1}$ の推定値の逆数を考えてみた場合に、2007年3月限については水平であるとは言いがたい。市場の超過需要曲線がフラットに近い形となっている6月限、12月限については裁定取引が活発に行われた結果、このような形になったとも考えられるが、本レポートのモデルでは取引者は日経平均先物のみを取引し、現物の株は取引しないために裁定取引のモデルにはなっていないので、裁定取引の影響については何も言うことはできない。

4.まとめ

本レポートは2011年度の日本統計学会での報告に基づいたものであり、個別の証券会社の超過需要関数を合計することで、本来見ることのできない市場の超過需要関数を推定するものである。無裁定理論が正しい場合には水平の市場超過需要曲線が得られるはずであるが、2007年3月限については水平な市場超過需要曲線は得られていない。6月限と9月限については水平に近い市場の超過需要曲線が得られている。ただ超過需要曲線は個別証券のレベルでも市場レベルでも傾きの符号が理論とは逆転している場合がある。本レポートのモデルでは、取引者は先物のみを取引するという単純化の仮定をしているために、裁定取引の効果を論じることができない。したがって6月限と9月限については裁定取引の結果として水平に近い市場の超過需要曲線が得られているのかもしれないが、裁定取引の結果であると断定することができない。個別証券会社の超過需要関数の推定モデルとして現物の株式を取引するモデルへと一般化し、個別証券会社のレベルで推定した場合にも、日経平均先物市場全体で推定した場合にも理論とは逆の右上がりの超過需要曲線が得られた理由を考える必要があると思われる。

5.参考文献

James Evans/Jeffrey Williams[2007] 「Walrasian Tâtonnement Auctions on Tokyo Grain Exchange」, *Review of Financial Studies*, pp.1183-1218.

岩田暁一[1997] 「先物・オプション市場の流動性」『先物・オプション市場の計量分析』第3章、慶応大学出版会