

## 大証 先物・オプションレポート

### 日経 225 ディスパーション取引

野村証券 金融工学研究センター  
クオンツ・アナリスト 山中 智\*

#### 1. はじめに

金融商品の代表的なリスクとして、価格リスク、金利リスク、為替リスク、信用リスクなどがあるが、そのリスクの多くはオプションやスワップなどのデリバティブ契約を用いてヘッジすることが可能になっている。

株式派生商品については、ボラティリティ・リスク、配当リスクなどがあるものの、バリエーション・スワップ、ボラティリティ・スワップ、配当スワップなどの OTC 取引や、VIX 先物、VIX オプションなどの取引所取引を通じて、部分的にせよヘッジが可能になっている。

商品の種類によっては、相関リスクを内在している場合がある。例えば原資産株式の通貨と支払い通貨が異なる商品の場合、株と為替の相関変動リスクが存在する。また複数銘柄を参照するバスケット型の商品の場合、株価下落局面で銘柄間の相関が高まることによって損失を被るなど、銘柄間相関の変動リスクが潜在的に存在する。

これらのリスクをヘッジする手段としてクオンツ・フォワードや相関スワップなどの OTC 取引も存在するが、その流動性は低く容易には利用できないのが現状である。しかし銘柄間相関リスクについては、オプションなど比較的流動性が高い契約を用いてヘッジを行う方法があり、それが本稿で紹介するディスパーション取引である。

#### 2. ディスパーション取引

ディスパーション取引(Dispersion Trading)は、インデックス(ポートフォリオ)を原資産とするデリバティブのショート(売り)ポジションと、その構成銘柄を原資産とするデリバティブのロング(買い)ポジションを組み合わせる取引である。

インデックス(ポートフォリオ)のボラティリティを $\sigma_p$ 、インデックスの構成銘柄 $i$ のボラティリティを $\sigma_i$ 、構成銘柄のインデックス構成比率(時価評価額ベース)を $w_i$ とすると、ディスパーション $D$ は次の式で定義される。

$$D = \sum_i w_i \sigma_i^2 - \sigma_p^2 \quad (1)$$

リスク中立な世界では、ディスパーションはクロス・セクションのバリエーション(分散)に等しいため、構成銘柄の収益率がインデックスの収益率から乖離する度合いが高ければ、ディスパーションは高くなる。

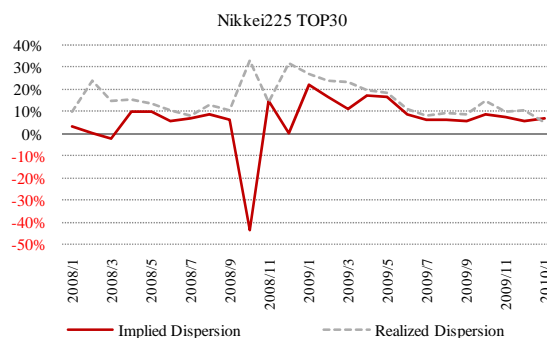
インデックス(ポートフォリオ)のリスクは、分散効果によって構成銘柄よりもリスクが小さくなることを考慮すると、ディスパーション $D$ は正値をとることが想定される。実際、

$$\begin{aligned} D &= \sum_i w_i \sigma_i^2 - \left( \sum_i w_i \sigma_i \right)^2 + \left( \sum_i w_i \sigma_i \right)^2 - \sigma_p^2 \\ &= \sum_i w_i \left( \sigma_i - \sum_j w_j \sigma_j \right)^2 + \sum_{i,j} w_i w_j \sigma_i \sigma_j (1 - \rho_{ij}) \end{aligned}$$

となり、右辺第二項の相関係数は1以下の値となるから $D$ は理論的には非負となることがわかる。

図表1は(1)にインプライド・ボラティリティを代入したインプライド・ディスパーションと、実現ボラティリティを代入した実現ディスパーションの推移である。どちらも正値を取る傾向があることや、実現ディスパーションの方がインプライド・ディスパーションを上回る傾向があることがわかる。

図表1 インプライド/実現ディスパーションの推移



(注) 対象インデックスは日経 225 であり、構成銘柄のポートフォリオとしてインデックス時価評価ベースのウェイト上位 30 銘柄を用いている。そのウェイトは、日経 225 のウェイトに基づき、改めて総和が 1 になるように規格化した上で(1)式を計算している。また(1)式のボラティリティとして、各月の上場オプション満期日時点で、満期が翌月の満期日のフェア・ボラティリティ(バリエーション・スワップのスワップ・レートの平方根)とした場合(Implied Dispersion)と、対応する次の満期日までの 1 カ月間の日次株価終値に基づく実現ボラティリティとした場合(Realized Dispersion)を示している。

(出所) 野村証券金融工学研究センター

\* satoshi.yamanaka@nomura.com

$D$  が正の値をとる傾向があることに着目して、銘柄  $i$  のバリエーションを  $w_i$  単位購入し、インデックスのバリエーションを 1 単位売却することによって収益を達成するというのが、ディスパージョン取引の基本的な発想である。

バリエーションの取引については、バリエーション・スワップを用いれば実現可能である。しかし個別銘柄のバリエーション・スワップについては流動性が低いことから、ストラドルなどのオプションの組み合わせを用いて近似的にバリエーションやボラティリティを取引する方がより現実的である。ただしその場合は、ボラティリティ以外のリスクが大きくなり、ディスパージョンが正值をとったとしても、想定通りの結果が得られない可能性がある。

どのタイミングでディスパージョン取引を執行すればよいかについては、ディスパージョンの過去の水準から判断する方法がまず考えられるが、ディスパージョンの値自体はボラティリティの水準に依存し、ボラティリティが高い時期にはディスパージョンの値も高くなる傾向があるため、ボラティリティの水準で規格化した指標を考えると判断しやすい。その一つが次節で紹介するインプライド相関である。

### 3. インプライド相関

銘柄  $i$  と銘柄  $j$  の相関を  $\rho_{ij}$  とする。このとき、インデックス(ポートフォリオ)のボラティリティと構成銘柄のボラティリティについて、次の関係式が成立することはよく知られている。

$$\sigma_P^2 = \sum_i w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i \neq j} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \quad (2)$$

ここで銘柄間の相関が同一値  $\rho$  をとると仮定すると、次式で相関を逆算することができる。

$$\rho = \frac{\sigma_P^2 - \sum_i w_i^2 \sigma_i^2}{\sum_{i \neq j} w_i w_j \sigma_i \sigma_j} \quad (3)$$

(2)はあくまで統計的に過去の情報に基づいて計算を行う際に成立する関係式であるが、市場のデリバティブ価格から決定されるインプライド・ボラティリティについても成立すると仮定すると、市場のデリバティブから逆算されるインプライド相関  $\rho$  を計算することができる。

ポートフォリオの構成銘柄数が多い場合に、(3)は

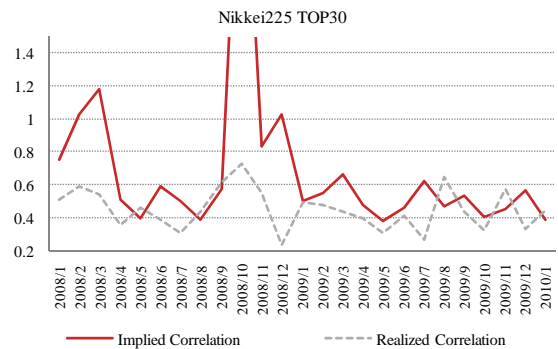
$$\rho = \frac{\sigma_P^2 - \sum_i w_i^2 \sigma_i^2}{\left(\sum_i w_i \sigma_i\right)^2 - \sum_i w_i^2 \sigma_i^2} \approx \left(\frac{\sigma_P}{\sum_i w_i \sigma_i}\right)^2$$

と近似できることから、インプライド相関はポートフォリオのボラティリティと構成銘柄の平均ボラティリティの比の 2 乗と考えることもできる。

この近似的解釈から、インプライド相関が高い時期にはポートフォリオのボラティリティが構成銘柄のボラティリティ平均と比べて相対的に高く、割高な水準となっていると判断できる。逆にこのとき、構成銘柄のボラティリティは平均的に割安な水準となっていると解釈できる。

図表 2 は日経 225 インデックス及びその構成比率上位 30 銘柄から計算したインプライド相関と実現相関の推移である。ディスパージョンの場合とは逆に、インプライド相関は実現相関より高くなる傾向がある。

図表 2 インプライド相関と実現相関の推移



(注) 各月の上場オプション満期日時時点で、満期が翌月の満期日のインプライド相関と次の満期日まで 1 カ月間の日次終値に基づく実現相関の値を図示している。ウェイトは、日経 225 のウェイトに基づき、改めて総和が 1 になるように規格化した上で(3)式を計算している。  
(出所) 野村証券金融工学研究センター

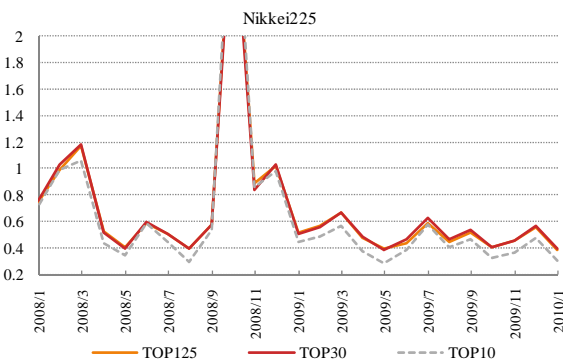
### 4. ディスパージョン取引の銘柄数

構成銘柄数が 30 銘柄を超えるインデックスに対してディスパージョン取引を行う際に、全ての構成銘柄のオプションを同時に取引するのは困難であり、現実的には流動性のある銘柄を中心とした少ない銘柄数でのポートフォリオを構成することになる。この場合、銘柄数が減少してもなお当初意図した相関取引を実現できるかどうかについて検証する必要がある。

図表 3 は銘柄数を変えて計算した場合のインプライド相関の推移である。日経 225 の場合、ウェイト上位 125 銘柄のポートフォリオと上位 30 銘柄のポートフォリオのインプライド相関の間には大きな違いは生じないが、ウェイト上位 125 銘柄と上位 10 銘柄のみのポートフォリオのインプライド相関の差は最大で 0.29 ある。また実際に取引を行った場合、パフォーマンスに対する銘柄選択要因の寄与度が大きくなるため、ウェイト上位 10 銘柄のみ

ではディスパージョン取引の十分な近似になるとは言い難い。

図表 3 銘柄数によるインプライド相関の違い



(注) 各月の上場オプション満期日時点で、満期が翌月の満期日のインプライド相関の値を图示している。ウェイトは、日経 225 のウェイトに基づき、改めて総和が 1 になるように規格化した上で(3)式を計算している。  
(出所) 野村証券金融工学研究センター

### 5. ディスパージョン取引のウェイト

前述したディスパージョンの構成銘柄のウェイトはインデックスの構成比率  $w_i$  としているが、ウェイトを  $v_i$  として変化させた場合の広義のディスパージョン

$$D = \sum_i v_i \sigma_i^2 - \sigma_p^2 \tag{4}$$

を考え、ウェイトが以下の 6 通りの場合の取引について検証する。

(V1)  $v_i^{(1)} = w_i$

構成銘柄のウェイトをインデックスの構成比率としている。

(V2)  $v_i^{(2)} = \frac{\sigma_p}{\sigma_i} w_i$

構成銘柄のポートフォリオのベガをインデックスのベガと等しくする方法<sup>†</sup>である。このときボラティリティの高い銘柄のウェイトが下がる。

(V3)  $v_i^{(3)} = \frac{\sigma_i}{\sigma_p} w_i$

銘柄のポートフォリオのバリエーション元本をインデックスのバリエーション元本と等しくする方法<sup>‡</sup>である。このとき、(V2)とは逆にボラティリティの高い銘柄のウェイトが上がる。

<sup>†</sup> 実際、 $\sum_i v_i^{(2)} 2\sigma_i = \sum_i \frac{\sigma_p}{\sigma_i} w_i 2\sigma_i = 2\sigma_p$  が成立する。通常インデックスのバリエーション・スワップのベガは、(バリエーション元本が 1 の場合は) 右辺の値となる。

<sup>‡</sup> 実際、 $\sum_i v_i^{(3)} \frac{1}{2\sigma_i} = \sum_i \frac{\sigma_i}{\sigma_p} w_i \frac{1}{2\sigma_i} = \frac{1}{2\sigma_p}$  が成立する。通常インデックス・バリエーション・スワップのバリエーション元本は、ストライクが  $\sigma_p$  の場合は右辺の値となる。

(V4)  $v_i^{(4)} = \rho \frac{\sigma_p}{\sigma_i} w_i$

$v_i^{(2)}$  にインプライド相関を掛けて、構成銘柄の全体的なウェイトを調整する方法である。平常時は  $\rho \leq 1$  となる傾向があるので、 $v_i^{(2)}$  の場合と比べて構成銘柄のウェイトは下がるが、裁定機会が存在する  $\rho > 1$  の場合には構成銘柄のウェイトが上がる。

(V5)  $v_i^{(5)} = \rho \frac{\sigma_i}{\sigma_p} w_i$

$v_i^{(3)}$  にインプライド相関を掛けて、構成銘柄の全体的なウェイトを調整する方法である。

(V6)  $v_i^{(6)} = \sum_j w_j \sigma_j \frac{w_i}{\sigma_i}$

ディスパージョンが理論的に非負となる比率<sup>§</sup>である。

図表 4 は毎月上場オプション満期日に、満期 1 カ月のインデックスのストラドルをショートして構成銘柄のストラドルをロングし、ヘッジを行わずに保有する取引のバックテスト結果である。ここでウェイト(V1) - (V6) \*\* に対応する数量のストラドルの取引を行っている。取引にかかるコストについては考慮していない。

この期間では(V4)のウェイトを用いた取引の平均リターン、シャープ・レシオが相対的に高い値となっている。ボラティリティが低い銘柄のオプションはプレミアムが安く、取引開始時点でのコストが低く抑えられたことがその要因と考えられる。

全体的な傾向としては、取引期間中に実現相関が低下した場合に利益が得られ、実現相関が上昇した場合に損失が発生している。銘柄間相関の上昇によって損失を被るポジションを保有している場合、ディスパージョンのショート取引によって相関リスクをヘッジすることが可能と考えられる。

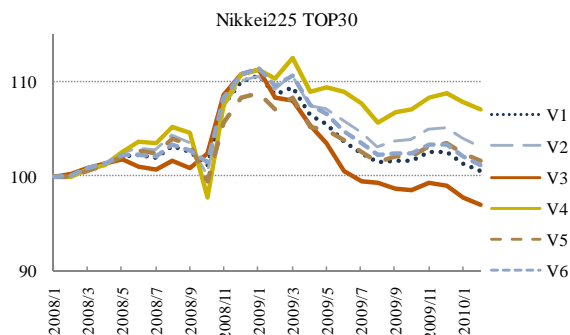
またドローダウンのリスクが小さい点もこの取引の特長である。他の代表的なデリバティブ取引では 2008 年の世界金融危機時に大きなドローダウンが発生したが、ディスパージョン取引ではリスクを低く抑えた状態で、相関取引を行うことができる。

<sup>§</sup> 実際、裁定機会  $\rho_{ij} > 1$  が存在しない場合には以下が成立する。

$$\begin{aligned} \sum_i v_i^{(6)} \sigma_i^2 - \sigma_p^2 &= \sum_i \sum_j w_j \sigma_j \frac{w_i}{\sigma_i} \sigma_i^2 - \sigma_p^2 \\ &= \sum_i \sum_j w_i w_j \sigma_j (1 - \rho_{ij}) \geq 0 \end{aligned}$$

\*\* インデックスの構成比率  $w_i$  については銘柄数に応じて規格化を行っているが、 $v_i$  について規格化は行っていない。インデックスと構成銘柄ポートフォリオの比率自体も変化させていることになる。

図表 4 ディスパーション取引の累積パフォーマンス



	V1	V2	V3	V4	V5	V6
MR	0.5%	1.7%	-1.3%	3.7%	1.0%	0.8%
SD	6.0%	6.9%	6.1%	9.5%	6.4%	6.2%
SR	0.01	0.19	-0.27	0.34	0.10	0.07
MDD	9.28	7.53	13.46	7.45	7.28	9.24

(注)MR は平均リターン, SD は標準偏差, SR はシャープ・レシオですべて年率表示している。MDD は最大ドローダウンである。  
(出所) 野村証券金融工学研究センター

## 6. ロングショート・ディスパーション取引

前述したようにディスパーション取引は、銘柄間相関リスクのヘッジのために用いることができるが、銘柄間相関が高い場合にインデックスと構成銘柄の間に裁定機会があると考え、相対価値取引によって利益を狙う自己取引も行われることが多い。

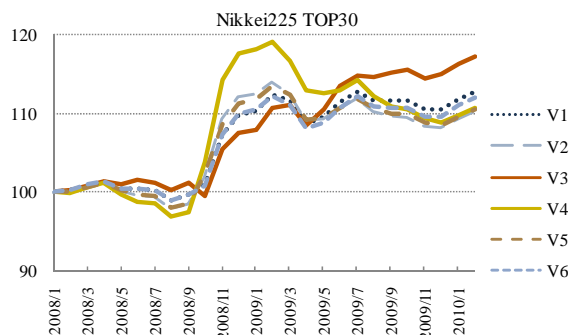
前述した取引では、インプライド相関の水準に関わらず、毎月ディスパーションをロングするとしたが、インプライド相関の水準が相対的に低いと考えられる場合は、ディスパーションをショートするのが自然である。

図表 5 は、インプライド相関が平均<sup>††</sup>より 0.75 シグマ下回った場合にディスパーションをショートし、それ以外の場合にディスパーションをロングする、ロングショート・ディスパーション取引の累積パフォーマンスである。

ロング取引の場合とは逆に、ボラティリティが高い銘柄のウェイトを上げる(V3)のウェイトを用いた取引の結果がよくなっている。どのウェイトがよいかは投資期間によって変化するため一概には言えないが、自己取引においてリスクを十分取ることができる場合は、ボラティリティが高い銘柄のウェイトを上げることも選択肢として考えられる。

<sup>††</sup> データの制約上 2008 年から 2010 年 2 月までの平均値を用いている。厳密には過去のデータのみに基づいた平均などを用いる必要があり、どのように平均水準を決定すべきかについては別途検討する必要がある。

図表 5 ロングショート・ディスパーション取引の累積パフォーマンス



	V1	V2	V3	V4	V5	V6
MR	5.9%	4.9%	7.8%	5.3%	4.9%	5.6%
SD	5.7%	6.8%	5.6%	9.5%	6.2%	5.9%
SR	0.96	0.67	1.32	0.52	0.73	0.88
MDD	3.81	5.81	2.62	10.30	4.96	4.20

(注)MR は平均リターン, SD は標準偏差, SR はシャープ・レシオですべて年率表示している。MDD は最大ドローダウンである。  
(出所) 野村証券金融工学研究センター

## 7. おわりに

本稿ではディスパーション取引の理論的背景を紹介し、日経 225 とその構成銘柄のオプションを用いた直近約 2 年間のパフォーマンスを紹介した。

売買する銘柄数が増えれば、その分、取引の執行コストがかかるため日経 225 のように構成銘柄数が多いインデックスではその影響は無視できない。時価評価ベースのウェイト上位 30 銘柄程度で、ストラドルを用いて近似的に日経 225 ディスパーション取引を執行した場合、株価変動によるリスクが若干あるものの、全体的な傾向としては実現相関の低下期間に利益が得られており、銘柄間相関をショートする取引として有効と考えられることを確認した。

OTC 取引が利用できる場合は、より長期の契約も可能である。ただしその場合、銘柄入れ替えやウェイトの変化によって当初意図した相関取引が達成されないリスクに注意し、デルタ・ヘッジを定期的に行うことが必要と考えられる。

実際のディスパーション取引に当たっては、ガンマ・トレーディングによる損益と取引コストを考慮した上で、取引可能な契約の中から適切な投資手法を決定することが重要である。

## 参考文献

山中(2010)『ボラティリティ・ディスパーション取引戦略』, 野村証券クオンツ・レポート